



## O aproksymacji funkcji osiadań powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji złóż z uwzględnieniem danych geomechanicznych masywu skalnego na potrzeby modelowania w budownictwie na terenach górniczych

Witold Paleczek<sup>1</sup>

### STRESZCZENIE:

Przedstawiono wzory aproksymujące obniżenia powierzchni terenu, które wynikają z powiązania dwóch znanych teorii dotyczących prognozowania deformacji terenu i górotworu wskutek eksploatacji górniczej: teorii Chudka-Stefańskiego oraz teorii Knothego-Budryka. Proponowane wzory matematyczne opracowano w przestrzeniach 2D oraz 3D. Porównano różnice wyników otrzymywanych ze wzorów całkowych tych teorii i zaproponowanych tu wzorów aproksymujących. Prezentowane rozwiązania znajdują zastosowanie w modelowaniu deformacji powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji złóż na potrzeby analiz w budownictwie na terenach górniczych bez konieczności stosowania rachunku całkowego.

### SŁOWA KLUCZOWE:

modelowanie numeryczne; wzory całkowite i aproksymujące; teoria Knothego-Budryka; teoria Chudka-Stefańskiego, budownictwo na terenach górniczych

## 1. Wprowadzenie

Do prowadzenia analiz deformacji powierzchni terenu i górotworu na potrzeby budownictwa na terenach górniczych często stosowane są modele matematyczne znane w literaturze przedmiotu jako teorie geometryczno-całkowe [1-8]. Do nich zaliczane są między innymi modele matematyczne znanych teorii – odpowiednio pod nazwami „teorii Knothego-Budryka” oraz „teorii Chudka-Stefańskiego”. W teorii Knothego-Budryka występuje jeden parametr związany z własnościami ośrodka skalnego, jakim jest górotwór – jest nim kąt zasięgu wpływów głównych, którego wartość jest zależna od sztywności górotworu nadległego. Z kolei w teorii Chudka – Stefańskiego występują dwa parametry geomechaniczne, są nimi: średni ciężar objętościowy skał w górotworze ( $\gamma$  [MPa/m]) oraz średnie dopuszczalne naprężenia skał górotworu na rozciąganie ( $R_c$  [MPa]). W obu modelach matematycznych jako podstawową funkcję osiadań (funkcję obniżień) powierzchni terenu przyjęto zmodyfikowaną „krzywą rozkładu normalnego Gaussa” (znaną powszechnie pod nazwą „krzywej dzwonowej”). Przeprowadzone analizy korelacyjne wyników badań z 16 otworów wiertniczo-badawczych 34 rodzajów skał tego samego masywu skalnego umożliwiły utworzenie wzorów empirycznych, które służą do porównywania przybliżonych zależności między odpowiadającymi sobie jednostką fizyczną parametrami geomechanicznymi. Uzyskane wzory wykazują przydatność między innymi do porównywania [8]:

<sup>1</sup> Politechnika Częstochowska, Wydział Budownictwa, ul. Akademicka 3, 42-218 Częstochowa, e-mail: witold.paleczek@pcz.pl, orcid id: 0000-0003-4742-2078

- doraźnej wytrzymałości na ściskanie ( $R_c$  [MPa]) z doraźną wytrzymałością na rozciąganie ( $R_r$  [MPa]),
- doraźnej wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie ( $R_c$  [MPa]) z doraźną wytrzymałością na ściskanie w stanie nasączenia wodą ( $R_{cn}$  [MPa]),
- doraźnej wytrzymałości na ściskanie ( $R_c$  [MPa]) z kohezją ( $c$  [MPa]),
- doraźnej wytrzymałości na ściskanie w stanie nasączenia wodą ( $R_{cn}$  [MPa]) z doraźną wytrzymałością na rozciąganie ( $R_r$  [MPa]),
- doraźnej wytrzymałości na jednoosiowe ściskanie ( $R_c$  [MPa]) z modułem Younga ( $E$  [MPa]).

Przeprowadzone wyniki analiz wykorzystano tu do powiązania wzorów matematycznych obu wymienionych teorii. Otrzymane wzory mogą być przydatne w modelowaniu deformacji powierzchni terenu z wykorzystaniem danych geomechanicznych skał górotworu w zagadnieniach dotyczących problematyki budownictwa na terenach górniczych.

## 2. Wzory wykorzystane do aproksymacji

W teorii Knothego-Budryka przemieszczenia pionowe w przypadku pojedynczego pola eksploatacyjnego, w zadaniu 2D, dla przypadku tzw. nieskończonej półpłaszczyzny określono wzorem (1). Jego rozwinięcie dla przypadku pojedynczego, prostokątnego (tzw. „elementarnego”) pola eksploatacyjnego w zadaniu 3D określono wzorem (2) [1, 3-8]. We wzorach tych pominięto dla uproszczenia rozważań parametr związany z kompresją górotworu „ $w_w$ ”, który został omówiony szczegółowo w [3].

$$w(x) = \frac{a \cdot g}{r} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{\pi \cdot \lambda^2}{r^2}} d\lambda \quad (1)$$

$$w(x, y) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{a \cdot g}{r^2} \cdot e^{-\frac{\pi \cdot [(\xi - y)^2 + (\eta - x)^2]}{r^2}} d\xi d\eta \quad (2)$$

Oznaczenia we wzorach (1) i (2):

$w(x)$ ,  $w(x, y)$  – odpowiednio wartości osiadań (obniżeń) w punkcie o określonych współrzędnych – zadanie 2D jako przypadek nieskończonej półpłaszczyzny – wzór (1); zadanie 3D dla prostokątnego pola eksploatacyjnego o współrzędnych przekątnej prostokąta parceli  $X_1$ ,  $Y_1$ ,  $X_2$ ,  $Y_2$  – wzór (2);

$a$  – współczynnik eksploatacyjny (współczynnik wypełnienia pustki eksploatacyjnej);

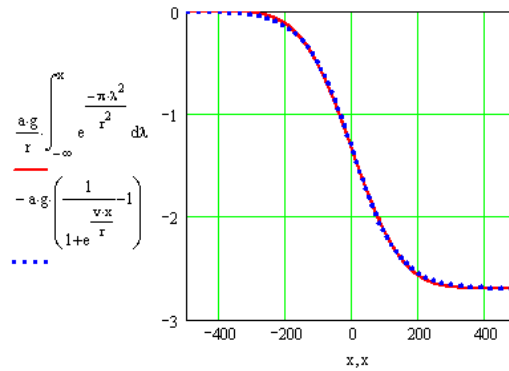
$g$  – grubość wyeksploatowanej warstwy pokładu (tzw. wysokość furty eksploatacyjnej);

$r$  – promień zasięgu wpływów głównych określany z zależności  $r = \frac{H}{\operatorname{tg}(\beta)}$ , w której kąt  $\beta$  jest

kątem zasięgu wpływów głównych, natomiast  $H$  jest głębokością zalegania eksploatowanego pokładu.

Wartość obniżenia wynikającą ze wzoru (1) można obliczyć także, bez konieczności stosowania rachunku całkowego, z rozwinięcia określonego wzorem (3), który jest pierwszym zastosowanym przybliżeniem aproksymacyjnym wzoru (1) przy przyjętej wartości empirycznej  $\nu = 4.25$ . Na rysunku 1 przedstawiono wykresy uzyskane ze wzorów (1) i (3).

$$w(x) = -a \cdot g \cdot \left( \frac{1}{1 + e^{-\frac{\nu \cdot x}{r}}} - 1 \right) = a \cdot g \cdot \left( 1 - \frac{1}{1 + e^{-\frac{\nu \cdot x}{r}}} \right) \quad (3)$$



**Rys. 1.** Wykresy funkcji określonych wzorami (1) – oznaczenie linią ciągłą i (3) – linią kropkowaną, przy przyjęciu poglądowych wartości zmiennych we wzorach:  $a = -0.9$ ,  $v = 4.25$ ,  $g = 3$  m,  $r = 300$  m; wartości ujemne na osi  $x$  oznaczają obszar nad calizną, wartości dodatnie na osi  $x$  oznaczają obszar nad pustką poeksploatacyjną, wartości na osi pionowej są wartościami osiadań, [m]; przypadek nieskończonej półpłaszczyzny został tu uproszczony, gdyż nie uwzględniono obrzeża eksploatacyjnego „ $d$ ” i wstępnych osiadań „ $w_w$ ”, które to szczegółowo omówiono w [3, 8]

Wartość wynikającą ze wzoru (2) można obliczyć z rozwinięcia określonego wzorem (4), [7] – (wprowadzone tu nazwy zmiennych:  $Y_2$ ,  $Y_1$ ,  $X_2$ ,  $X_1$  odpowiadają oznaczeniom jak we wzorach (2) i (5)).

$$w(x, y) = \frac{\pi \cdot a \cdot g}{4 \cdot N} \cdot \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{N}}{r} \cdot (y - Y_2) \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{N}}{r} \cdot (y - Y_1) \right) \right] \cdot \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{N}}{r} \cdot (x - X_2) \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{N}}{r} \cdot (x - X_1) \right) \right] \quad (4)$$

Wzór (4) jest propozycją przekształcenia wzoru (2) przy wykorzystaniu funkcji błędu ERF: we wzorze wprowadzono zmienną  $N$ , która przy założeniu, że  $N = \pi$  prowadzi do rozwiązania spotykanych w dotychczasowej literaturze, natomiast przy  $N \neq \pi$  może odpowiadać rozwiązaniu zadania określonego wzorem (5).

$$w(x, y) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{a \cdot g}{r^2} \cdot e^{-\frac{N \cdot [(\xi - y)^2 + (\eta - x)^2]}{r^2}} d\xi d\eta \quad (5)$$

Dla uproszczenia rozważań we wzorach (1) do (5) nie uwzględniono wpływów wstępnej komprymacji górotworu wskutek jego odwadniania  $w_w$  oraz założono, że wartość obrzeża eksploatacyjnego wynosi  $d = 0$  – szczegóły związane ze stosowaniem tych parametrów omówiono w pracach [3, 8].

Podstawiając do wzorów (1) i (2) teorii Knothe-go-Budryka zależność (6), która wynika z teorii Chudka-Stefańskiego, otrzymujemy odpowiednio wzory (7) i (8) [2, 3, 8]. Natomiast z formuły określonej wzorem (5) otrzymano wzór (9).

$$r = \sqrt{\frac{H \cdot R_r}{\gamma}} \quad (6)$$

$$w(x) = \frac{a \cdot g}{\sqrt{\frac{H \cdot R_r}{\gamma}}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{\frac{-\pi \cdot \lambda^2}{H \cdot R_r}} d\lambda = a \cdot g \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{H \cdot R_r}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{\frac{-\pi \cdot \lambda^2 \cdot \gamma}{H \cdot R_r}} d\lambda \quad (7)$$

$$w(x, y) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{a \cdot g \cdot \gamma}{H \cdot R_r} \cdot e^{\frac{-\pi \cdot \gamma [(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]}{H \cdot R_r}} d\eta d\xi \quad (8)$$

$$w(x, y) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{a \cdot g \cdot \gamma}{H \cdot R_r} \cdot e^{\frac{-N \cdot \gamma [(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]}{H \cdot R_r}} d\eta d\xi \quad (9)$$

Wyniki z analizy korelacyjnej parametrów geomechanicznych skał prowadzą do otrzymanych zależności (10)-(13) [8]:

$$R_c = (5.6 \div 9.3) \cdot c \Rightarrow \frac{5.6 + 9.3}{2} = 7.45 \approx 7.5 \Rightarrow R_c = 7.5 \cdot c \quad (10)$$

$$R_c = (7.9 \div 17.1) \cdot R_r \Rightarrow \frac{7.9 + 17.1}{2} = 12.5 \Rightarrow R_c = 12.5 \cdot R_r \quad (11)$$

$$\begin{cases} R_c = 7.5 \cdot c \\ R_c = 12.5 \cdot R_r \end{cases} \Rightarrow R_r = \frac{3}{5} \cdot c \quad (12)$$

$$R_r = \frac{2}{25} R_c \quad (13)$$

Z rozwiązania układu równań (12) otrzymano funkcję zależności doraźnej wytrzymałości na rozciąganie  $R_r$  od kohezji  $c$ , a we wzorze (13) zależność doraźnej wytrzymałości  $R_r$  od  $R_c$ . Podstawiając (12) do (7) i (9), otrzymano wzory (14) i (15). Następnie podstawiając (13) do (7) i (9), otrzymano odpowiednio wzory (16) i (17).

$$w(x) = a \cdot g \cdot \sqrt{\frac{5 \cdot \gamma}{3 \cdot H \cdot c}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{\frac{-5 \cdot \pi \cdot \lambda^2 \cdot \gamma}{3 \cdot H \cdot c}} d\lambda \quad (14)$$

$$w(x, y) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{5 \cdot a \cdot g \cdot \gamma}{3 \cdot H \cdot c} \cdot e^{\frac{-5 \cdot N \cdot \gamma [(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]}{3 \cdot H \cdot c}} d\eta d\xi \quad (15)$$

$$w(x) = a \cdot g \cdot \sqrt{\frac{25 \cdot \gamma}{2 \cdot H \cdot R_c}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{\frac{-25 \cdot \pi \cdot \lambda^2 \cdot \gamma}{2 \cdot H \cdot R_c}} d\lambda \quad (16)$$

$$w(x, y) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{25 \cdot a \cdot g \cdot \gamma}{2 \cdot H \cdot R_c} \cdot e^{\frac{-25 \cdot N \cdot \gamma [(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2]}{2 \cdot H \cdot R_c}} d\eta d\xi \quad (17)$$

Aproksymację wzoru (14) w rozwinięciu do pola o współrzędnych  $X_p, X_k$  określono wzorem (18), natomiast aproksymację wzoru (15) dla  $N = \pi$  określono wzorem (19) [3].

$$w(x) = a \cdot g \sqrt{\frac{5 \cdot \gamma}{3 \cdot H \cdot c}} \cdot \int_{X_p}^{X_k} e^{\frac{-5 \cdot \pi \cdot (\lambda - x)^2 \cdot \gamma}{3 \cdot H \cdot c}} d\lambda \approx \left( \frac{\frac{a \cdot g}{\frac{-v \cdot (x - X_p)}{\sqrt{\frac{3 \cdot H \cdot c}{5 \cdot \gamma}}}}}{1 + e} - \frac{\frac{a \cdot g}{\frac{-v \cdot (x - X_k)}{\sqrt{\frac{3 \cdot H \cdot c}{5 \cdot \gamma}}}}}{1 + e} \right) \quad (18)$$

$$w(x, y) = \int_{X_1}^{X_2} \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{5 \cdot a \cdot g \cdot \gamma}{3 \cdot H \cdot c} \cdot e^{\frac{-5 \cdot N \cdot \gamma \cdot [(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]}{3 \cdot H \cdot c}} d\eta d\xi \approx \left( \frac{\frac{a \cdot g}{\frac{-v \cdot (x - X_1)}{\sqrt{\frac{3 \cdot H \cdot c}{5 \cdot \gamma}}}}}{1 + e} - \frac{\frac{a \cdot g}{\frac{-v \cdot (x - X_2)}{\sqrt{\frac{3 \cdot H \cdot c}{5 \cdot \gamma}}}}}{1 + e} \right) \cdot \left( \frac{1}{\frac{-v \cdot (y - Y_1)}{\sqrt{\frac{3 \cdot H \cdot c}{5 \cdot \gamma}}}} - \frac{1}{\frac{-v \cdot (y - Y_2)}{\sqrt{\frac{3 \cdot H \cdot c}{5 \cdot \gamma}}}} \right) \quad (19)$$

Wzór (15) aproksymowano zależnością określoną wzorem (20), natomiast zwiększając dokładność aproksymacji, określono dodatkowo wzorem (21).

$$w(x, y) = \frac{\pi \cdot a \cdot g}{4 \cdot N} \cdot \left[ \left( 1 - \frac{2}{1 + e^{2.4 \cdot \left( \frac{\sqrt{5 \cdot N \cdot \gamma}}{\sqrt{3 \cdot H \cdot c}} \cdot (y - Y_2) \right)}} \right) - \left( 1 - \frac{2}{1 + e^{2.4 \cdot \left( \frac{\sqrt{5 \cdot N \cdot \gamma}}{\sqrt{3 \cdot H \cdot c}} \cdot (y - Y_1) \right)}} \right) \right] \cdot \left[ \left( 1 - \frac{2}{1 + e^{2.4 \cdot \left( \frac{\sqrt{5 \cdot N \cdot \gamma}}{\sqrt{3 \cdot H \cdot c}} \cdot (x - X_2) \right)}} \right) - \left( 1 - \frac{2}{1 + e^{2.4 \cdot \left( \frac{\sqrt{5 \cdot N \cdot \gamma}}{\sqrt{3 \cdot H \cdot c}} \cdot (x - X_1) \right)}} \right) \right] \quad (20)$$

$$w(x, y) = \frac{\pi \cdot a \cdot g}{4 \cdot N} \cdot \left[ \left( 1 - \frac{2}{1 + e^{0.2007 \cdot \left( \frac{\sqrt{5 \cdot N \cdot \gamma}}{\sqrt{3 \cdot H \cdot c}} \cdot (y - Y_2) \right)^3 + 2.2586 \cdot \left( \frac{\sqrt{5 \cdot N \cdot \gamma}}{\sqrt{3 \cdot H \cdot c}} \cdot (y - Y_2) \right)}} \right) - \dots \right. \\ \left. \dots - \left( 1 - \frac{2}{1 + e^{0.2007 \cdot \left( \frac{\sqrt{5 \cdot N \cdot \gamma}}{\sqrt{3 \cdot H \cdot c}} \cdot (y - Y_1) \right)^3 + 2.2586 \cdot \left( \frac{\sqrt{5 \cdot N \cdot \gamma}}{\sqrt{3 \cdot H \cdot c}} \cdot (y - Y_1) \right)}} \right) \right] \cdot \dots \\ \left[ \left( 1 - \frac{2}{1 + e^{0.2007 \cdot \left( \frac{\sqrt{5 \cdot N \cdot \gamma}}{\sqrt{3 \cdot H \cdot c}} \cdot (x - X_2) \right)^3 + 2.2586 \cdot \left( \frac{\sqrt{5 \cdot N \cdot \gamma}}{\sqrt{3 \cdot H \cdot c}} \cdot (x - X_2) \right)}} \right) - \dots \right. \\ \left. \dots - \left( 1 - \frac{2}{1 + e^{0.2007 \cdot \left( \frac{\sqrt{5 \cdot N \cdot \gamma}}{\sqrt{3 \cdot H \cdot c}} \cdot (x - X_1) \right)^3 + 2.2586 \cdot \left( \frac{\sqrt{5 \cdot N \cdot \gamma}}{\sqrt{3 \cdot H \cdot c}} \cdot (x - X_1) \right)}} \right) \right] \quad (21)$$

Wykorzystując (13) i (21) oraz (17), otrzymano zależność (22).

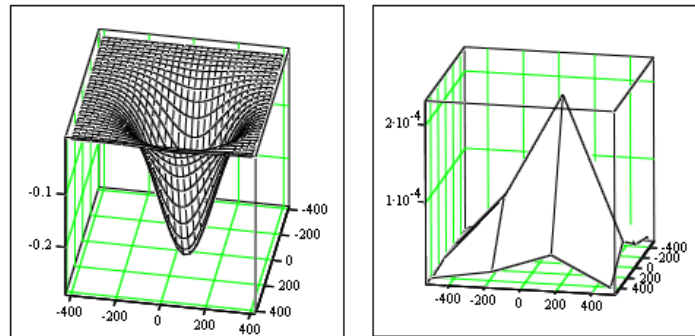
$$\begin{aligned}
 w(x, y) = & \frac{\pi \cdot a \cdot g}{4 \cdot N} \cdot \left[ \left( 1 - \frac{2}{1 + e^{0.2007 \cdot \left( \frac{25 \cdot N \cdot \gamma}{2 \cdot H \cdot R_c} \cdot (y - Y_2) \right)^3 + 2.2586 \cdot \left( \frac{25 \cdot N \cdot \gamma}{2 \cdot H \cdot R_c} \cdot (y - Y_2) \right)}} \right) - \dots \right. \\
 & \dots \left[ 1 - \frac{2}{1 + e^{0.2007 \cdot \left( \frac{25 \cdot N \cdot \gamma}{2 \cdot H \cdot R_c} \cdot (y - Y_1) \right)^3 + 2.2586 \cdot \left( \frac{25 \cdot N \cdot \gamma}{2 \cdot H \cdot R_c} \cdot (y - Y_1) \right)}} \right] \cdot \dots \\
 & \dots \left[ 1 - \frac{2}{1 + e^{0.2007 \cdot \left( \frac{25 \cdot N \cdot \gamma}{2 \cdot H \cdot R_c} \cdot (x - X_2) \right)^3 + 2.2586 \cdot \left( \frac{25 \cdot N \cdot \gamma}{2 \cdot H \cdot R_c} \cdot (x - X_2) \right)}} \right) - \dots \\
 & \dots \left. \left[ 1 - \frac{2}{1 + e^{0.2007 \cdot \left( \frac{25 \cdot N \cdot \gamma}{2 \cdot H \cdot R_c} \cdot (x - X_1) \right)^3 + 2.2586 \cdot \left( \frac{25 \cdot N \cdot \gamma}{2 \cdot H \cdot R_c} \cdot (x - X_1) \right)}} \right] \right] \approx \\
 \approx w(x, y) = & \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{25 \cdot a \cdot g \cdot \gamma}{2 \cdot H \cdot R_c} \cdot e^{-\frac{25 \cdot N \cdot \gamma \cdot [(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]}{2 \cdot H \cdot R_c}} d\eta d\xi
 \end{aligned} \tag{22}$$

We wzorach (6), (23) i (24) przedstawiono zależności promienia zasięgu wpływów głównych wyrażonych funkcjami  $r(R_r, \gamma)$ ,  $r(c, \gamma)$  i  $r(R_c, \gamma)$ . Przyjęto następujące wartości testowe parametrów geomechanicznych spełniających relację średniej proporcjonalności wynikającej z zależności empirycznych:  $R_r = 2$  MPa,  $c = 3.33$  MPa,  $R_c = 25$  MPa,  $\gamma = 0.02$  MPa/m.

$$r = \sqrt{\frac{3 \cdot H \cdot c}{5 \cdot \gamma}} \tag{23}$$

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot H \cdot R_c}{25 \cdot \gamma}} \tag{24}$$

Na rysunku 2 przedstawiono odpowiednio wykres 3D funkcji i porównanie wartości otrzymanych ze wzorów zestawionych w zależności (22).



**Rys. 2.** Wykres 3D funkcji obniżenia określonych w zależności (22) – rysunek z lewej, rysunek z prawej – wykres 3D bezwzględnej wartości różnic otrzymywanych z zależności określonych wzorem (22), z których maksymalne nie przekraczają  $\pm 3 \cdot 10^{-4}$  m =  $\pm 0.3$  mm; oznaczenie osi: oś pionowa – wartości obniżenia w [m], osie poziome zakres współrzędnych umożliwiających wizualizację funkcji w zakresie danych przyjętych do obliczeń; w przykładzie przyjęto następujące wartości zmiennych we wzorach:  $a = -0.9$ ,  $g = 3$  m,  $H = 900$  m,  $R_c = 25$  MPa,  $\gamma = 0.02$  MPa/m,  $N = \pi$ ,  $X_1 = 0$  m,  $Y_1 = 100$  m,  $X_2 = 0$  m,  $Y_2 = 100$  m

### 3. Wnioski

Uzyskane z aproksymacji wzory matematyczne umożliwiają obliczanie obniżeń powierzchni terenu wyrażonych w zacytowanych w niniejszej pracy teoriach bez konieczności stosowania rachunku całkowego. Różnice między otrzymanymi wynikami ze wzorów aproksymacyjnych względem wzorów całkowych nie przekraczają wartości kilku dziesiątych milimetra, co może być przydatne do obliczania wartości szacunkowych przy analizach w modelowaniu obniżeń powierzchni terenu wskutek eksploatacji górniczej złóż pokładowych. Przy opracowaniu proponowanych rozwiązań dołożono starań, aby możliwe było wykorzystywanie powszechnie dostępnych baz danych parametrów geomechanicznych skał górotworu do obliczeń inżynierskich w budownictwie na terenach górniczych.

### Literatura

- [1] Knothe S., Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej, Wydawnictwo Śląsk, Cieszyn 1984.
- [2] Chudek M., Stefański L., Teoretyczne ujęcie wpływu podziemnej eksploatacji złóż na deformację powierzchni terenu przy uwzględnieniu warstwowej budowy górotworu, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej 1987, seria Górnictwo 145, 13-62.
- [3] Paleczek W., Modelowanie deformacji powierzchni terenu wskutek podziemnej eksploatacji górniczej w aspekcie budownictwa na terenach górniczych, Seria Monografie Nr 252, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2013.
- [4] Kwiatek J. (red.), Ochrona obiektów budowlanych na terenach górniczych, Wydawnictwo Głównego Instytutu Górnictwa, Katowice 1998.
- [5] Kwiatek J., Obiekty budowlane na terenach górniczych, Wydanie II, Wydawnictwo Głównego Instytutu Górnictwa, Katowice 2007.
- [6] Borecki M. (red.), Ochrona powierzchni przed szkodami górniczymi, Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1980.
- [7] Paleczek W., O problemach w modelowaniu deformacji powierzchni terenu w aspekcie budownictwa na terenach górniczych, Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej 2018, seria Budownictwo 24, 267-272.
- [8] Paleczek W., Metoda określania wielkości i zasięgu deformacji powierzchni terenu powodowanych podziemną eksploatacją złóż z uwzględnieniem własności geomechanicznych skał górotworu. Polska Akademia Nauk, Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej, Instytut Podstawowych Problemów Techniki, Studia z Zakresu Inżynierii nr 58, Warszawa 2007.

### **On the approximation of land settlement functions due to underground mining of deposits with regard to the geomechanical data of the rocky mass for the needs of modeling in construction in mining areas**

#### **ABSTRACT:**

Formulas approximating land surface depression resulting from the combination of two geometrical-integral theories: Chudek-Stefański theory and Knothe-Budryk theory are presented. The proposed mathematical formulas have been developed in 2D and 3D spaces. The differences of results obtained from integral formulas and approximating formulas were compared. The presented solutions are used in modeling terrain surface deformation as a result of underground mining operations for the needs of analyzes in construction in mining areas without the need to use integral calculus.

#### **KEYWORDS:**

numerical modeling; integral and approximation formulas; Knothe-Budryk theory; Chudek-Stefański theory, construction in mining areas