

Witold Paleczek

## METODA OBLICZANIA WARTOŚCI PROMIENIA ZASIĘGU WPŁYWÓW GŁÓWNYCH Z WYKORZYSTANIEM DANYCH GEOMECHANICZNYCH SKAŁ

### Wprowadzenie

W związku z procesem zachodzącym w górotworze, polegającym na przemieszczaniu się elementów skalnych w stronę zaistniałych przestrzeni poeksploatacyjnych, powstało szereg modeli tego zjawiska, których szczegóły przedstawiono w cytowanych pracach [1-10]. W celu powiązania teoretyczno-empirycznego zaproponowanych w niniejszej pracy modyfikacji elementów teorii W. Budryka - S. Knothego przedstawionej w pracach [3-10] z geomechanicznymi własnościami skał w górotworze podano formuły opisujące wskaźniki deformacji według tej teorii oraz według teorii M. Chudka - L. Stefańskiego [1, 2, 7, 8]. Przedstawiono autorski algorytm do obliczania promienia zasięgu wpływów głównych  $r$  oraz tangensa kąta wpływów głównych  $\beta$  według modelu górotworu opisanego w pracy [8].

### 1. Zestawienie wzorów do obliczania wskaźników deformacji według teorii W. Budryka - S. Knothego

Przemieszczenia pionowe - obniżenia

Zgodnie z założeniami teorii W. Budryka - S. Knothego przedstawionymi w pracach [3, 4, 6-9], przemieszczenia pionowe niecki obniżeniowej w granicach nieskończonej półpłaszczyzny określa równanie:

$$w(x) = \frac{w_{\max}}{r} \cdot \int_x^{\infty} e^{-\frac{\pi \cdot x^2}{r^2}} dx \quad (1)$$

w którym:

$$w_{\max} = a \cdot g \quad (2)$$

- $w_{\max}$  - maksymalne obniżenie warstw stropowych,  
 $a$  - współczynnik eksploatacyjny, opis liczbowy wypełniania pustki poeksploatacyjnej, nazywany także: współczynnikiem obniżenia powierzchni, współczynnikiem osiadania, współczynnikiem kierowania stropem - jest to parametr opisujący sposób wypełnienia pustki poeksploatacyjnej (wielkość bezwymiarowa),  
 $g$  - grubość wyeksploatowanego pokładu, m,  
 $r$  - promień zasięgu wpływów głównych (parametr rozproszenia wpływów eksploatacji górniczej), m, określony wzorem [4]:

$$r = \frac{H}{\operatorname{tg} \beta} \quad (3)$$

w którym:

$H$  - głębokość wyeksploatowanego pokładu, m,

$\operatorname{tg} \beta$  - tangens kąta zasięgu wpływów głównych.

Promień zasięgu wpływu eksploatacji na horyzoncie  $z$  nad wyeksploatowanym pokładem określany jest zależnością:

$$r_z = r \cdot \left( \frac{z}{H} \right)^n \quad (4)$$

lub zależnością:

$$r_z = r \cdot \left( \frac{z + z_0}{H + z_0} \right)^n \quad (5)$$

We wzorze (5) poszczególne parametry oznaczają [6]:

$$r = \frac{H}{\operatorname{tg} \beta}$$

$$n = 0,665$$

$$z_0 = H \cdot \frac{\nu^{\frac{1}{n}}}{1 - \nu^{\frac{1}{n}}}$$

$$\nu = 1 - e^{-0,0548 \cdot \operatorname{tg}(\beta)^{-1,96489}}$$

### Nachylenia terenu

Nachylenie terenu w brzegowej części profilu niecki zdefiniowane jest jako pochodna przemieszczenia pionowego:

$$T(x) = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{w_{\max}}{r} \cdot e^{-\pi \cdot \frac{x^2}{r^2}} \quad (6)$$

przy czym:

$$T_{\max} = \frac{w_{\max}}{r} \quad (7)$$

Na rysunku 1 przedstawiono wizualizację do wzoru (6); wzór (7) spełniony jest dla relacji  $x = 0$ .

### Krzywizna profilu niecki osiadania i jej promień

W teorii W. Budryka - S. Knothego krzywiznę określono wzorem:

$$K(x) = \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -2 \cdot \pi \cdot \frac{w_{\max} \cdot x}{r^3} \cdot e^{-\pi \cdot \frac{x^2}{r^2}} \quad (8)$$

przy czym:

$$K_{\max} = \pm \sqrt{\frac{2 \cdot \pi}{e}} \cdot \frac{w_{\max}}{r^2} \cong \pm 1,52 \cdot \frac{w_{\max}}{r^2} \quad (9)$$

Na rysunku 1 przedstawiono wizualizację graficzną wzoru (8).

### Przemieszczenia poziome

Na powierzchni terenu przesunięcia poziome powodują wyboczenia liniowych obiektów budowlanych. Przemieszczenia poziome definiowane są przy założeniu ich proporcjonalności do nachyleń według postulatu S.G. Awierszyna [4, 6-10]:

$$u(x) = -B \cdot \frac{\partial w}{\partial x} = -B \cdot T(x) \quad (10)$$

Ze wzoru (10) wynika, że:

$$-B = \frac{u(x)}{T(x)} \quad (11)$$

Współczynnik proporcjonalności  $B$  określony jest wzorem [4, 6]:

$$B = \frac{r}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cong 0,4 \cdot r \quad (12)$$

stąd:

$$u(x) = \frac{w_{\max}}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\pi \cdot \frac{x^2}{r^2}} \quad (13)$$

przy czym:

$$u_{\max} = \frac{w_{\max}}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cong 0,4 \cdot w_{\max} \quad (14)$$

Wartość parametru  $B$  jest zmienna w zależności od rodzaju nadległego górotworu i w literaturze znajdujemy propozycje obliczania ze wzoru:

$$B \cong (0,31 \div 0,32) \cdot r \quad (15)$$

Znajdujemy także zależność wynikającą z rozwiązania przestrzennego zadania liniowej teorii sprężystości w zastosowaniu do prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej, określoną wzorem [6]:

$$B = 0,102 \cdot \frac{1-\nu}{\nu} \cdot \frac{r}{\operatorname{tg} \beta} \quad \text{dla } \nu = 0,15 \quad (16)$$

$$\Rightarrow B = 0,6 \cdot \frac{r}{\operatorname{tg} \beta}$$

Na rysunku 1 przedstawiono wykres teoretycznego przebiegu przemieszczeń poziomych według wzoru (13).

### Odształcenia poziome

Odształcenie poziome jest określane jako pierwsza pochodna przemieszczenia poziomego i dla nieskończonej półpłaszczyzny określane jest jako:

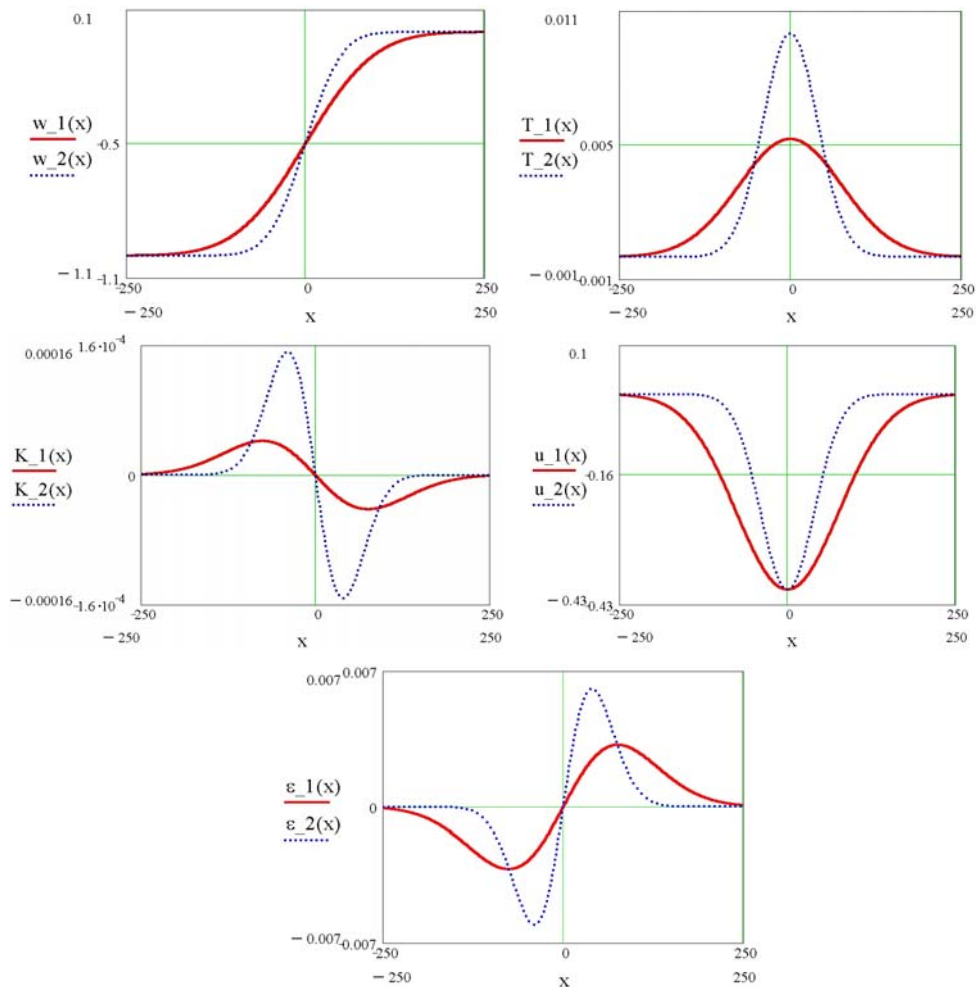
$$\varepsilon(x) = \frac{\partial u}{\partial x} = -B \cdot \frac{\partial K}{\partial x} = \pm \sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \frac{w_{\max}}{r^2} \cdot x \cdot e^{-\pi \cdot \frac{x^2}{r^2}} \quad (17)$$

przy czym

$$\varepsilon_{\max} = \pm \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot \pi}{e}}}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \frac{w_{\max}}{r} = \pm \frac{\sqrt{\frac{\pi}{e}}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{w_{\max}}{r} \cong \pm 0,6 \cdot \frac{w_{\max}}{r} \quad (18)$$

Wzór (17) otrzymano przy podstawieniu współczynnika  $B = \frac{r}{\sqrt{2 \cdot \pi}}$  [4, 6].

Na rysunku 1 przedstawiono wizualizację graficzną wzoru (17).



Rys. 1. Wykresy teoretycznego obniżenia  $w$ , nachylenia  $T$ , krzywizny  $K$ , przemieszczenia poziomego  $u$ , odkształcenia poziomego  $\varepsilon$  powierzchni terenu w wyniku wyeksploatowania nieskończonej półpłaszczyzny przy zadanych przykładowych wartościach parametrów:  $r_1 = 190$  m,  $w_{1\max} = 1$  m (linia ciągła) oraz  $r_2 = 100$  m i  $w_{2\max} = 1$  m (linia przerywana) - według wzorów teorii W. Budryka - S. Knotheho

## 2. Zestawienie wzorów do obliczania wskaźników deformacji według teorii M. Chudka - L. Stefańskiego

Teoretyczne ujęcie wpływu podziemnej eksploatacji złóż na deformację powierzchni terenu według teorii M. Chudka - L. Stefańskiego bazuje na założeniach warstwowej budowy górotworu i uwzględnia własności geomechaniczne skał. Funkcja wpływów oparta jest na rozkładzie normalnym. **Teoria ta stanowi uzasadnienie**

do przyjętego w pracy [8] założenia, że istnieją możliwości oszacowania wartości promienia zasięgu wpływów głównych  $r$  i parametru  $\text{tg}\beta$  jeszcze przed wytworzeniem się niecki obniżeniowej (bazując na danych fizykomechanicznych skał pozyskanych z otworów wiertniczo-badawczych z okolic rejonu przewidzianego do eksploatacji). Wzory tej teorii przedstawione w pracach [1, 7] odniesione są do skał występujących w Górnośląskim Zagłębiu Węglowym. Kąt zasięgu wpływów eksploatacyjnych według teorii M. Chudka - L. Stefańskiego oznaczono zmienną  $u$  (patrz rys. 8), natomiast w teorii W. Budryka - S. Knothego kąt ten jest oznaczony zmienną  $\beta$ .

### Przemieszczenia pionowe - obniżenia

Funkcję obniżeń w zależności od głębokości horyzontu  $z$  określono wzorem:

$$w(x) = w_{\max} \cdot \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}} \cdot \int_x^{\infty} \exp\left(\frac{-\pi \cdot \lambda^2 \cdot \gamma}{H \cdot \bar{R}_r}\right) d\lambda \quad (19)$$

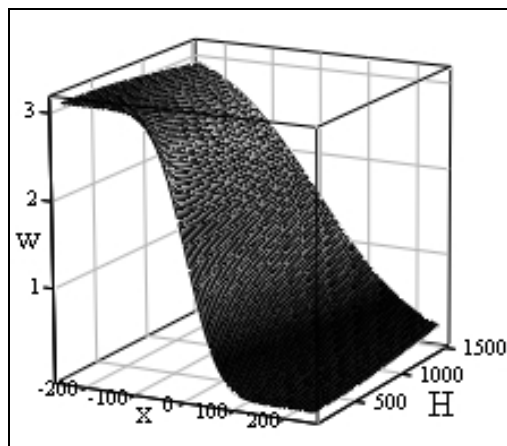
w którym:

$$w_{\max} = a \cdot g, \text{ m} \quad (20)$$

$\bar{R}_r$  - średnia wytrzymałość skał na rozciąganie, MPa,

$\bar{\gamma}$  - średni ciężar objętościowy skał, MPa/m.

Prezentację graficzną funkcji (19) pokazano na rysunku 2.



Rys. 2. Wizualizacja wzoru (19) przy przyjętych wartościach:  $\bar{\gamma} = 0,02$  MPa/m,

$w_{\max} = 3,1$  m,  $\bar{R}_r = 2$  MPa,  $150 \leq H \leq 1500$  m,  $-250 \leq x \leq 250$  m

### Nachylenia

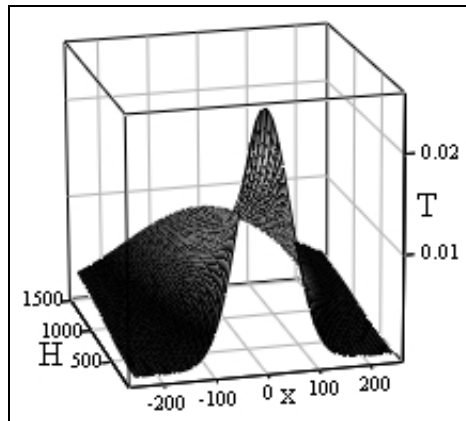
Funkcję nachyleń określono wzorem:

$$T(x) = \frac{\partial w(x)}{\partial x} = w_{\max} \cdot \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}} \cdot \exp\left(\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}\right) \quad (21)$$

Nachylenie maksymalne:

$$T_{\max} = w_{\max} \cdot \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}}, \text{ mm/m} \quad (22)$$

Prezentację graficzną wzoru (21) pokazano na rysunku 3.



Rys. 3. Wizualizacja wzoru (21) przy przyjętych wartościach:  $\bar{\gamma} = 0.02$  MPa/m,  
 $w_{\max} = 3.1$  m,  $\bar{R}_r = 2$  MPa,  $150 \leq H \leq 1500$  m,  $-250 \leq x \leq 250$  m

### Krzywizny

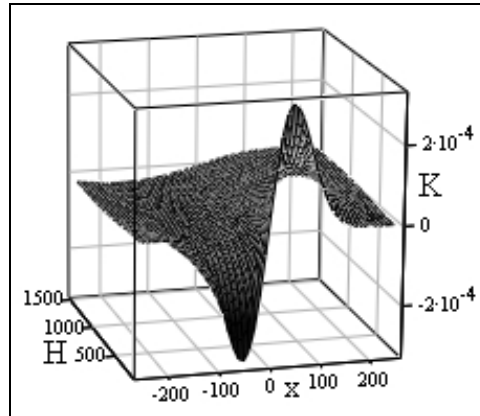
Funkcję krzywizn określono wzorem:

$$K(x) = \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} = w_{\max} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot x \cdot \bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r} \cdot \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}} \cdot \exp\left(\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}\right) \quad (23)$$

Krzywizna maksymalna:

$$K_{\max} = 1,5 \cdot w_{\max} \cdot \frac{\bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}, \text{ km}^{-1} \quad (24)$$

Prezentację graficzną wzoru (23) pokazano na rysunku 4.



Rys. 4. Wizualizacja wzoru (23) przy przyjętych wartościach:  $\bar{\gamma} = 0,02$  MPa/m,  
 $w_{\max} = 3,1$  m,  $\bar{R}_r = 2$  MPa,  $150 \leq H \leq 1500$  m,  $-250 \leq x \leq 250$  m

### Przemieszczenia poziome

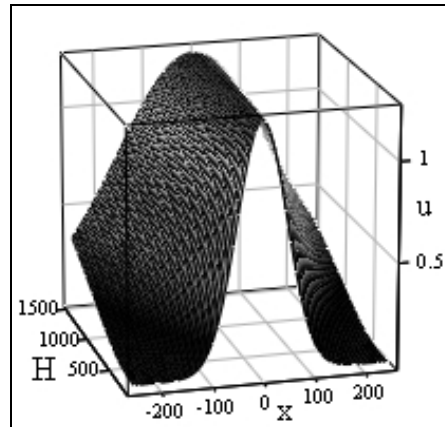
Funkcję przemieszczeń poziomych określono wzorem:

$$u(x) = -B \cdot T(x) = 0,4 \cdot w_{\max} \cdot \exp\left(\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}\right) \quad (25)$$

Przemieszczenie maksymalne:

$$u_{\max} = 0,4 \cdot w_{\max}, \text{ m} \quad (26)$$

Prezentację graficzną wzoru (25) pokazano na rysunku 5.



Rys. 5. Wizualizacja wzoru (25) przy przyjętych wartościach:  $\bar{\gamma} = 0,02$  MPa/m,  
 $w_{\max} = 3,1$  m,  $\bar{R}_r = 2$  MPa,  $150 \leq H \leq 1500$  m,  $-250 \leq x \leq 250$  m



## Odształcenia poziome

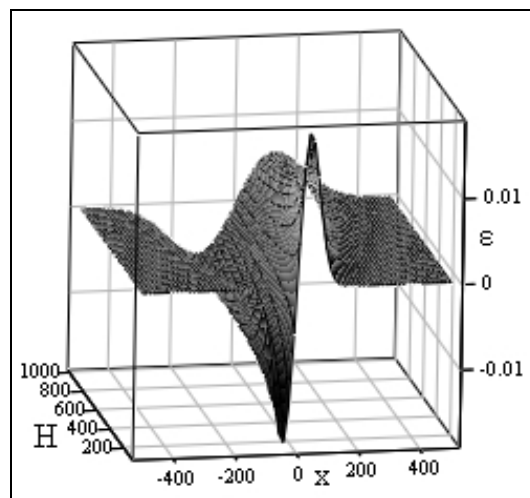
Funkcję odkształceń poziomych określa wzór:

$$\varepsilon(x) = w_{\max} \cdot \sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \frac{x \cdot \bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r} \cdot \exp\left(-\pi \cdot \frac{\bar{\gamma} \cdot x^2}{H \cdot \bar{R}_r}\right) \quad (27)$$

Odształcenie maksymalne:

$$\varepsilon_{x_{\max}} = 0,6 \cdot w_{\max} \cdot \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}}, \text{ mm/m} \quad (28)$$

Prezentację graficzną wzoru (27) pokazano na rysunku 6.



Rys. 6. Wizualizacja wzoru (27) przy przyjętych wartościach:  $\bar{\gamma} = 0.02$  MPa/m,  
 $w_{\max} = 3$  m,  $\bar{R}_r = 2$  MPa,  $100 \leq H \leq 1000$  m,  $-495 \leq x \leq 495$  m

Promień zasięgu wpływów głównych:

$$r = \sqrt{\frac{H \cdot \bar{R}_r}{\bar{\gamma}}}, \text{ m} \quad (29)$$

przy oznaczeniach:

$\bar{R}_r$  - średnia wytrzymałość skał na rozciąganie, MPa:

$$R_c \cong 20 \cdot \bar{R}_r \text{ (przyjęto dla GZW)} \quad (30)$$

$\bar{\gamma}$  - średni ciężar objętościowy skał, MPa/m.

Minimalna powierzchnia  $F_{\min}$  wybranej parceli w pokładzie wynosi:

$$F_{\min} > \frac{H \cdot \bar{R}_r}{\bar{\gamma}}, \text{ m}^2 \quad (31)$$

Dla nieskończonej półpłaszczyzny na profilu niecki obniżeniowej punkt o wartości  $0,5 \cdot w_{\max}$  występuje w odległości obrzeża  $d$  od frontu eksploatacji, natomiast ekstremum krzywizny i odkształceń poziomych występuje w odległości  $x_0$  i jest ono liczone względem odległości obrzeża  $d$  przesuniętego w kierunku zrobów eksploatacyjnych od krawędzi eksploatacji (patrz rys. 8):

$$x_0 = 0,4 \cdot r \quad (32)$$

$$d = 0,14 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot \bar{R}_r}{\bar{\gamma}}} \quad (33)$$

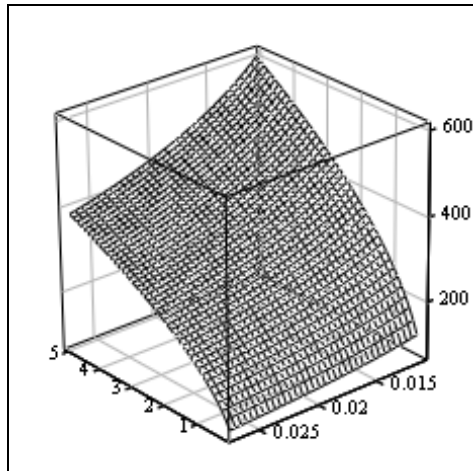
Na krawędzi eksploatacji występuje obniżenie  $w_{kr}$ :

$$w_{kr} = 0,5 \cdot w_{\max} - 0,14 \cdot w_{\max} = 0,36 \cdot w_{\max} \quad (34)$$

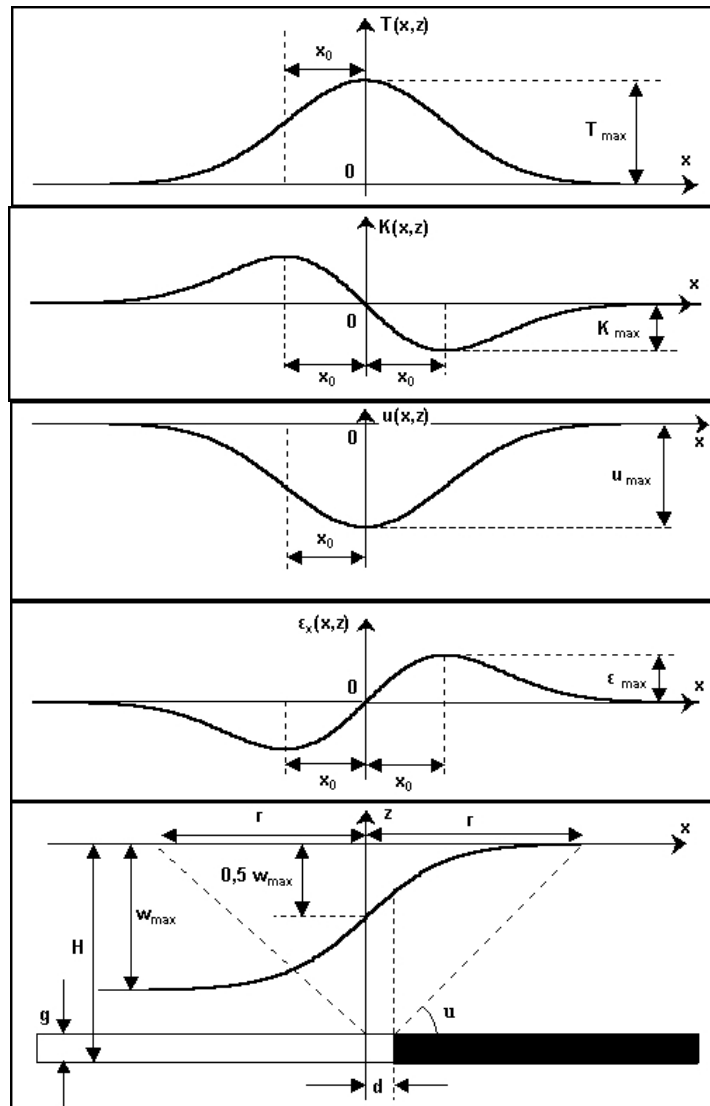
Przemieszczenia pionowe (obniżenia)  $w_g$  wewnątrz górotworu określa wzór:

$$w_g = w_{\max} \cdot \sqrt{\frac{z}{H}} \quad (35)$$

Wizualizację wzoru (35) przedstawiono na rysunku 7, natomiast na rysunku 8 pokazano teoretyczne przebiegi wskaźników deformacji na powierzchni terenu i w otoczeniu frontu eksploatacyjnego dla nieskończonej półpłaszczyzny.



Rys. 7. Wizualizacja wzoru (35) przy przyjętych wartościach:  $H = 800$  m,  $0,2 \leq \bar{R}_r \leq 5$  MPa,  $0,011 \leq \bar{\gamma} \leq 0,027$  MPa/m



Rys. 8. Przebiegi wskaźników deformacji na powierzchni terenu i w obrębie frontu eksploatacyjnego według [1, 2, 8]

### 3. Algorytm do obliczania promienia zasięgu wpływów głównych z danych geomechanicznych skał

W oparciu o propozycję modelu górotworu i rozważania omówione w pracy [8] przedstawiono autorski algorytm do obliczania wartości  $r$  oraz  $\operatorname{tg}\beta$ , według danych empirycznych wraz z rozrzutem wartości prognozowanych na podstawie danych geotechnicznych skał oraz prognozowanej eksploatacji w górotworze rozpoznanym otworami wiertniczo-badawczymi, [8, 9]. Wartości zadeklarowano w kolejnych

wektorach  $R_c$ ,  $R_{cn}$ , wysokości horyzontów poszczególnych warstw skalnych  $z$ , głębokość zalegania pokładu  $H$ , wartość współczynnika osiadania  $a$  przyjęto jak dla eksploatacji prowadzonej z zawalem stropu. Podane wartości są danymi rzeczywistymi zaczerpniętymi z prac [8, 9]. Obliczenia w środowisku MATHCAD<sup>®</sup> możemy przedstawić w następujących sekwencjach [8, 10]:

– deklaracja wektorów zadanych wartości  $a$ ,  $H$ ,  $R_c$ ,  $R_{cn}$ ,  $z$ ,  $\Delta z$ :

$$\begin{pmatrix} g \\ H \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 3 \\ 840 \end{pmatrix} \quad R_c := \begin{pmatrix} 2.0 \\ 8.0 \\ 6.8 \\ 22 \\ 5.6 \\ 45 \\ 39 \\ 19 \\ 54 \\ 17 \\ 35 \end{pmatrix} \quad R_{cn} := \begin{pmatrix} 0.1 \\ 1.1 \\ 3.0 \\ 11 \\ 0.6 \\ 28 \\ 17 \\ 13 \\ 22 \\ 13 \\ 15 \end{pmatrix} \quad z := \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 34 \\ 290 \\ 558 \\ 560 \\ 592 \\ 654 \\ 657 \\ 668 \\ 672 \end{pmatrix} \quad \Delta z := \begin{pmatrix} z_1 - z_0 \\ z_2 - z_1 \\ z_3 - z_2 \\ z_4 - z_3 \\ z_5 - z_4 \\ z_6 - z_5 \\ z_7 - z_6 \\ z_8 - z_7 \\ z_9 - z_8 \\ z_{10} - z_9 \\ H - z_{10} \end{pmatrix} \quad (36)$$

– deklaracja algorytmów do obliczeń współczynnika skalowania promienia zasięgu wpływów  $\mu$  na podstawie współczynnika mięknięcia skał  $M$  oraz  $R_c$ :

$$M(R_c, R_{cn}) := \begin{cases} n \leftarrow \frac{R_{cn}}{R_c} \\ n \end{cases} \quad (37)$$

$$j := 0.1..rows(R_c) - 1 \quad (38)$$

$$M_j := M(R_{c_j}, R_{cn_j}) \quad (39)$$

$$\mu(R_c, M) := \begin{cases} b \leftarrow \frac{1}{2 + \frac{4}{5} \cdot e^{-\frac{R_c \cdot M}{50}} - \frac{3}{5} \cdot e^{\frac{M}{2}}} \\ b \end{cases} \quad (40)$$

$$\mu_j := \mu(R_{c_j}, M_j) \quad (41)$$

– deklaracja i wydruk kontrolny macierzy danych:

$$\Omega := \text{augment}(z, \Delta z, R_c, R_{cn}, M, \mu) \quad (42)$$

	0	1	2	3	4	5
0	0	8	2	0.1	0.05	0.458
1	8	26	8	1.1	0.138	0.467
2	34	256	6.8	3	0.441	0.499
3	290	268	22	11	0.5	0.534
4	558	2	5.6	0.6	0.107	0.464
5	560	32	45	28	0.622	0.61
6	592	62	39	17	0.436	0.548
7	654	3	19	13	0.684	0.564
8	657	11	54	22	0.407	0.562
9	668	4	17	13	0.765	0.576
10	672	168	35	15	0.429	0.541

- wydruk kontrolny grubości nadkładu:

$$\begin{pmatrix} \sum \Delta z \\ H - z_0 \\ \sum \Omega^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 840 \\ 840 \\ 840 \end{pmatrix} \quad (43)$$

- deklaracja funkcji do obliczenia wartości średniej współczynnika skalowania  $\mu$  wraz z wydrukiem wartości obliczonej:

$$\mu_m := \frac{\sum_{j=0}^{\text{rows}(\Omega^{(0)})-1} (\mu_j \cdot (\Delta z_j))}{\sum_{j=0}^{\text{rows}(\Omega^{(0)})-1} \Delta z_j}$$

$$\Rightarrow \mu_m = 0.526$$

- deklaracja proponowanej funkcji do obliczenia współczynnika eksploatacyjnego  $a$  wraz z wydrukiem wartości obliczonej:

$$a := \begin{cases} \lambda \leftarrow \frac{H}{g} \\ \sigma \leftarrow \frac{-\mu_m}{3.89} \\ \nu \leftarrow \frac{8}{5} \\ \phi \leftarrow \nu \cdot \lambda^\sigma \\ \phi \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 0.746$$

- obliczenie współczynnika niejednorodności  $\delta$  dla wartości współczynnika  $\mu$  wraz z wydrukiem tej wartości:

$$\begin{pmatrix} \kappa \\ \Xi \\ \delta \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \text{cols}(\Omega) - 1 \\ \left( \frac{\sum \Omega^{(\kappa)}}{\text{rows}(\Omega)} \right) \\ \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{\text{rows}(\Omega)-1} \left[ \left( \Omega^{(\kappa)} \right)_j - \Xi \right]^2}{\text{rows}(\Omega)}} \\ \Xi \end{pmatrix} \quad (44)$$

$$\delta = 0.091 \quad (45)$$

- deklaracja algorytmu do obliczeń promienia zasięgu wpływów głównych  $r$ ,  $\text{tg}\beta$  oraz spodziewanych wartości rozrzutu  $r_{\min}$ ,  $r_{\max}$ ,  $\text{tg}\beta_{\min}$ ,  $\text{tg}\beta_{\max}$  wraz z wydrukiem wartości obliczonych:

$$r(z, \mu, H, a) := \begin{cases} \lambda \leftarrow \frac{H}{1 + \frac{a}{\sqrt{1 - 2 \cdot a + 2 \cdot a^2}}} \\ \zeta \leftarrow z - \frac{a \cdot H}{a + \sqrt{1 - 2 \cdot a + 2 \cdot a^2}} \\ \theta \leftarrow a \cdot (H - z) \\ r \leftarrow \mu \cdot \left[ (1 - a) \cdot \sqrt{\lambda^2 - \zeta^2} + \theta \right] \\ r \end{cases} \quad (46)$$

$$\begin{pmatrix} R \\ \text{tg}_b \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \sum_{j=0}^{\text{rows}(\Omega^{(0)})-1} r \left[ \left( \Omega^{(0)} \right)_j, \left( \Omega^{(\kappa)} \right)_j, H, a \right] - \sum_{j=1}^{\text{rows}(\Omega^{(0)})-1} r \left[ \left( \Omega^{(0)} \right)_j, \left( \Omega^{(\kappa)} \right)_{j-1}, H, a \right] \\ \left( \frac{H}{R} \right) \end{pmatrix} \quad (47)$$

$$\begin{pmatrix} R_{min} \\ R_{max} \\ tg\_b\_min \\ tg\_b\_max \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} R \cdot (1 + \delta) \\ R \cdot (1 - \delta) \\ \frac{H}{R} \cdot (1 + \delta) \\ \frac{H}{R} \cdot (1 - \delta) \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$\begin{pmatrix} R_{min} \\ R_{max} \\ tg\_b\_min \\ tg\_b\_max \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 385.274 \\ 320.770 \\ 2.597 \\ 2.162 \end{bmatrix} \quad (49)$$

- wydruk wartości średnich promienia zasięgu wpływów głównych  $r$  oraz odpowiadającej mu wartości  $tg\beta$ :

$$\begin{pmatrix} R \\ tg\_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 353.022 \\ 2.379 \end{pmatrix} \quad (50)$$

Z obliczeń wynika, że wartości  $r$  oraz  $tg\beta$  zostały obliczone z błędem nieprzekraczającym  $\pm 10\%$  ich wartości średnich. Otrzymane wartości średnie zweryfikowano na mapach prowadzonej eksploatacji górniczej [8, 9].

Na podstawie wzorów wynikających z teorii M. Chudka - L. Stefańskiego przeprowadzono obliczenia wartości promienia zasięgu wpływów głównych  $r$  oraz  $tg\beta$ . Założono, że zależność  $R_c$  względem  $R_r$  określona jest wzorem:

$$R_c = (7,9 \div 17,1) \cdot R_r$$

W wyniku analizy przedziału wartości wynikającego z tej zależności i porównania otrzymanych wyników obliczeń z danymi zawartymi w pracach [8, 9] uzyskano zależność możliwie najbardziej odpowiadającą parametrom geomechanicznym skał analizowanego rejonu górotworu, którą określono wzorem:

$$R_r \cong \frac{R_c}{7,9} \quad (51)$$

Algorytm obliczenia  $r$  oraz  $tg\beta$  możemy przedstawić w następującej sekwencji:

- deklaracja wektorów wartości  $a$ ,  $H$ ,  $R_c$ ,  $z$ ,  $\Delta z$ ,  $\gamma$ :

$$\begin{pmatrix} a \\ H \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0,746 \\ 840 \end{pmatrix} \quad (52)$$

$$R_c := \begin{pmatrix} 2.0 \\ 8.0 \\ 6.8 \\ 22 \\ 5.6 \\ 45 \\ 39 \\ 19 \\ 54 \\ 17 \\ 35 \end{pmatrix} \quad z := \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 34 \\ 290 \\ 558 \\ 560 \\ 592 \\ 654 \\ 657 \\ 668 \\ 672 \end{pmatrix} \quad \Delta z := \begin{pmatrix} z_1 - z_0 \\ z_2 - z_1 \\ z_3 - z_2 \\ z_4 - z_3 \\ z_5 - z_4 \\ z_6 - z_5 \\ z_7 - z_6 \\ z_8 - z_7 \\ z_9 - z_8 \\ z_{10} - z_9 \\ H - z_{10} \end{pmatrix} \quad \gamma := \begin{pmatrix} 0.019 \\ 0.018 \\ 0.019 \\ 0.019 \\ 0.017 \\ 0.022 \\ 0.019 \\ 0.018 \\ 0.020 \\ 0.018 \\ 0.017 \end{pmatrix} \quad (53)$$

– deklaracja funkcji i wektora funkcyjnego do obliczeń  $R_r$  według wzoru (51):

$$\Psi(R_c) := \begin{vmatrix} \xi \leftarrow \frac{R_c}{7,9} \\ \xi \end{vmatrix} \quad (54)$$

$$j := 0, 1 \dots \text{rows}(R_c) - 1$$

$$R_{r_j} := \Psi(R_{c_j}) \quad (55)$$

– deklaracja tablicy zestawienia wartości obliczonych odpowiednich wielkości i wydruk kontrolny (przy oznaczeniach: kolumna o numerze 0 zawiera wartości  $z$ , kolumna o numerze 1 wartości  $\Delta z$ , kolejne odpowiednio  $R_c$ ,  $R_r$  oraz  $\gamma$ ):

$$\Xi := \text{augment}(z, \Delta z, R_c, R_r, \gamma) \quad (56)$$

	0	1	2	3	4
0	0	8	2	0.253	0.019
1	8	26	8	1.013	0.018
2	34	256	6.8	0.861	0.019
3	290	268	22	2.785	0.019
4	558	2	5.6	0.709	0.017
5	560	32	45	5.696	0.022
6	592	62	39	4.937	0.019
7	654	3	19	2.405	0.018
8	657	11	54	6.835	0.02
9	668	4	17	2.152	0.018
10	672	168	35	4.43	0.017



- deklaracja tablic funkcyjnych do obliczania średnich wartości  $R_{sr}$  i  $\gamma_{sr}$  i wydruk kontrolny wartości obliczonych:

$$\begin{pmatrix} R_{sr} \\ \gamma_{sr} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \frac{\sum_{i=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_i \cdot (\Xi^{(3)})_i}{\sum_{i=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_i} \\ \frac{\sum_{i=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_i \cdot (\Xi^{(4)})_i}{\sum_{i=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_i} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} R_{sr} \\ \gamma_{sr} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 2.762 \\ 0.019 \end{pmatrix} \quad (57)$$

- deklaracja tablic funkcyjnych do obliczania średnich wartości  $r$  oraz  $tg\beta$  i wydruk wartości obliczonych:

$$\begin{pmatrix} r \\ tg\beta \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} H \cdot \frac{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j \cdot (\Xi^{(3)})_j}{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j} \\ \frac{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j \cdot (\Xi^{(4)})_j}{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j} \\ H \cdot \frac{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j \cdot (\Xi^{(4)})_j}{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j} \\ \frac{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j \cdot (\Xi^{(3)})_j}{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} r \\ tg\beta \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 352.394 \\ 2.384 \end{pmatrix} \quad (58)$$

## Wnioski

Porównanie wartości otrzymanych we wzorach (50) oraz (58) może stanowić potwierdzenie poprawności przyjętych założeń w proponowanych algorytmach dotyczących modelu górotworu przedstawionego w pracy [8].

## Literatura

- [1] Chudek M., Stefański L., Teoretyczne ujęcie wpływu podziemnej eksploatacji złóż na deformację powierzchni przy uwzględnieniu warstwowej budowy górotworu. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej 1987, s. Górnictwo z. 145.
- [2] Chudek M., Geomechanika z podstawami ochrony środowiska górniczego i powierzchni terenu, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2002.
- [3] Borecki M., Chudek M., Mechanika górotworu, Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1972.
- [4] Knothe S., Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej, Wydawnictwo „Śląsk”, Katowice 1984.
- [5] Ochrona obiektów budowlanych na terenach górniczych, Praca zbiorowa pod red. J. Kwiatka, Wydawnictwo Głównego Instytutu Górnictwa, Katowice 1998.
- [6] Ochrona powierzchni przed szkodami górniczymi, praca zbiorowa pod red. M. Boreckiego, Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1980.
- [7] Ochrona środowiska w Górnośląskim i Donieckim Zagłębiu Węglowym, Praca zbiorowa pod red. M. Chudka, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2003.
- [8] Paleczek W., Metoda określania wielkości i zasięgu deformacji powierzchni terenu powodowanych podziemną eksploatacją złóż z uwzględnieniem własności geomechanicznych skał górotworu, Studia z Zakresu Inżynierii nr 158, Instytut Podstawowych Problemów Techniki, Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej, Polska Akademia Nauk, Warszawa 2007.
- [9] Paleczek W., Prognozowanie wskaźników deformacji terenu wskutek podziemnej eksploatacji złóż z wykorzystaniem możliwości środowiska MATHCAD, XV Edycja Szkoły Eksploatacji Podziemnej 2006, Instytut Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią, Polska Akademia Nauk, Kraków 2006, s. 771-787.
- [10] Paleczek W., Mathcad w algorytmach, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2005.

## Streszczenie

Przedstawiono autorski algorytm do obliczania promienia zasięgu wpływów głównych oraz tangensa kąta zasięgu wpływów głównych według modelu górotworu omówionego w pracy „Metoda określania wielkości i zasięgu deformacji powierzchni terenu powodowanych podziemną eksploatacją złóż z uwzględnieniem własności geomechanicznych skał górotworu”. Zestawiono wzory do obliczania wskaźników deformacji terenu i górotworu według teorii W. Budryka - S. Knothe oraz według teorii M. Chudka - L. Stefańskiego. Teoria M. Chudka - L. Stefańskiego stanowi uzasadnienie przyjętych założeń w proponowanym algorytmie.

## Zusammenfassung

Dargestellt wurde ein Autorenalgorithmus zur Berechnung des Reichweitehalbmessers der Hauptwirkungen und Tangens des Winkels der Hauptwirkungen nach dem Model des oberliegenden Gesteins, der in der Bearbeitung [5] abgesprochen wurde. Es wurde zusammengestellt die Formel zur Berechnung der Kennziffern der Gebirgsdeformation nach der Theorie von W. Budryk - S. Knothe und nach der Theorie von M. Chudek - L. Stefański. Theorie von der M. Chudek - L. Stefański ist eine Begründung der angenommener Gründungen in dem vorgeschlagen Algorithmus.