

Krzysztof Kuliński

FALE SPRĘŻYSTE - WYBRANE ZAGADNIENIA

Wprowadzenie

Fale sprężyste, inaczej zwane falami mechanicznymi, rozchodzą się w ośrodku materialnym na skutek oddziaływania sił związanych z odkształceniami objętości (np. siły rozciągające, ściskające) i postaci (np. siły ścinające) elementów ośrodka.

Wymuszając wychylenie z położenia równowagi cząstek stanowiących ośrodek materialny, tj. poprzez drgania, na skutek przenoszenia energii mechanicznej można zaobserwować zjawisko ruchu falowego. Ze względu na kierunek drgań cząsteczek ośrodka w odniesieniu do kierunku rozchodzenia się fali rozróżnia się dwa różne typy fal - poprzeczne oraz podłużne.

Zjawiska falowe oprócz naturalnego występowania w przyrodzie znajdują również zastosowanie w technice. Za przykład fali sprężystej może posłużyć fala akustyczna, która naturalnie w przyrodzie odpowiedzialna jest za przenoszenie dźwięku słyszalnego oraz energii, natomiast w technice często wykorzystywana jest w różnego rodzaju badaniach medycznych, budowlanych itd. Inwazyjność lub jej brak w przypadku prowadzonych badań przy użyciu fal zależy od stopnia intensywności tych fal. Im wyższa jest intensywność fali, tym większą energię ona przenosi, co jednoznacznie wpływa na efekt końcowy jej wykorzystania.

Szerokie spektrum zastosowań zjawisk falowych oraz coraz szybszy rozwój technologiczny, szczególnie w dziedzinie informatyki, pozwala na wykonywanie badań eksperymentalnych zjawisk falowych przy użyciu odpowiedniego oprogramowania bazującego na metodzie elementów skończonych. W pracy [1] omówiono problemy dotyczące modelowania propagacji fali w prostych strukturach sprężystych z wykorzystaniem programu ADINA. Autorzy w artykule przedstawili opis matematyczny zjawiska propagacji fali, jak również dokonali obliczeń numerycznych, obrazując tym samym możliwość przeprowadzenia badań zjawisk falowych przy użyciu metody elementów skończonych w programie ADINA. Dodatkowo ci sami autorzy w pracy [2] wykonali analizę porównawczą wartości naprężeń powstałych na skutek propagacji fali uderzeniowej, wykorzystując dwa różne modele materiałów nieściśliwych. Na podstawie przeprowadzonych badań wykazano, że guma wykonana z materiału Zahorskiego jest nieco bardziej sztywna

(uzyskane wyższe wartości naprężeń) od gumy wykonanej z materiału Mooneya-Rivlina. Wyższa wartość sztywności materiału Zahorskiego związana jest z istnieniem dodatkowego parametru C_3 opisującego charakterystykę materiału. Matematyczne sformułowanie problemu oraz dodatkowo wykonana analiza numeryczna dotycząca zjawisk dla fal biegnących oraz fal przyspieszenia zostały przedstawione odpowiednio w pracach [3, 4]. Informacje na temat fal biegnących oraz fal dwu- i trójwymiarowych, jak również wnikliwe analizy zjawisk dyfrakcji, interferencji oraz polaryzacji fal znajdują się w pracy [5], natomiast szeroki przegląd literatury w zakresie zjawisk falowych przedstawiony został w pracy [6].

W niniejszym artykule omówiono wybrane rodzaje fal występujących w przyrodzie, tj. fal słabej nieciągłości oraz fal silnej nieciągłości wraz z ich podrodzajami. Dodatkowo w niniejszej pracy przedstawiono możliwe zastosowanie opisanych fal w technice.

1. Fale w układach sprężystych

Niemalże każde urządzenie lub maszyna to pewnego rodzaju układ sprężysty, który złożony jest z różnego typu elementów, stanowiąc jednolity układ o określonej funkcjonalności. Każde z urządzeń lub maszyn funkcjonuje w pewnym środowisku, tj. powietrzu, wodzie, gruncie itd., które to z punktu widzenia mechaniki są nieskończonymi ośrodkami sprężystymi. Dodatkowo materiały użyte do budowy danego urządzenia lub maszyny zazwyczaj również są materiałami sprężystymi. W związku z pracą urządzenia, np. wiatraka, wywoływane są drgania cząsteczek powietrza, jak również samego urządzenia. Drgania przekazywane są na korpus oraz podstawę, która ustawiona na podłożu powoduje przekazywanie fal do podłoża. Dodatkowo drgania łopaty wirnika sprawiają, że oprócz ruchu cząstek powietrza propaguje fala akustyczna. W związku z powyższym drgania występują w obrębie urządzenia, ale również w ośrodkach nieskończonych - podłożu, powietrze.

Należy zauważyć, że drgania w danym ośrodku mogą występować nawet po zaniknięciu źródła wymuszającego te drgania, jednakże drgania nie oscylują nieskończenie długo ze względu na występowanie sił dyssypatywnych. Siły te powodują, że energia przenoszona przez cząstki rozpraszana jest na energię cieplną lub rozpraszana jest poprzez zmianę mikrostruktury związaną z mikro- i makropęknięciami elementu. Warte uwagi jest fakt, że w cieczech oraz gazach mogą propagować dwa rodzaje fal - podłużne i poprzeczne, natomiast w przypadku ciał stałych oprócz wymienionych fal mogą dodatkowo propagować fale powierzchniowe Rayleigha oraz Love'a.

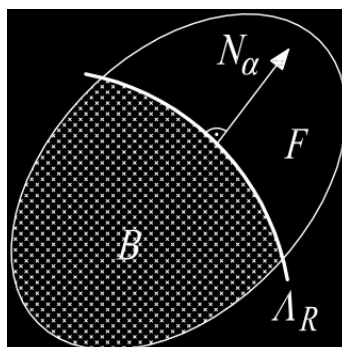
2. Powierzchnia nieciągłości

W ośrodkach ciągłych przyjmuje się, że każde zaburzenie rozchodzi się w tym ośrodku ze skończoną prędkością. Przyjmuje się również, że ruchoma powierzchnia

nieciągłości rozgranicza w sposób jednoznaczny obszar zaburzony od niezaburzonego. Ruchoma powierzchnia nieciągłości wyrażana jest następująco:

$$t = \psi(X^\alpha) \quad \text{dla } \alpha = 1, 2, 3 \quad (1)$$

Powyższe równanie w sposób jednoznaczny określa położenie powierzchni Λ_R w czasie t . Funkcja ψ określa moment, w którym powierzchnia nieciągłości dochodzi do punktu X^α . Położenie powierzchni Λ_R w czasie t w ośrodku, w którym propaguje fala, przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Położenie powierzchni Λ_R w czasie t oraz wektora $N_\alpha \equiv \mathbf{N}$ w stosunku do tej powierzchni. Obszar za frontem fali oznaczono literą B , natomiast przed frontem fali literą F

Wektor jednostkowy \mathbf{N} jest ortogonalny do powierzchni Λ_R i określa kierunek propagacji tej powierzchni. Zgodnie z tym, co przedstawiono w pracy [7], rzut prędkości $X^\alpha_{,t}$ na normalną \mathbf{N} jest niezależny od sposobu parametryzacji. Zgodnie z pracą [6], rzut prędkości nazywany jest prędkością propagacji powierzchni Λ_R , wyrażoną równaniem

$$X^\alpha_{,t} N_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\psi_{,p} \psi_{,p}}} = U \quad (2)$$

gdzie:

$$N_\alpha = U \psi_{,\alpha} \quad (3)$$

Skok pola powierzchni nieciągłości Λ_R oznacza się natomiast poprzez podwójny nawias kwadratowy

$$[[\dots]] = (\dots)^F - (\dots)^B \quad (4)$$

Wart uwagi jest fakt, że na powierzchni nieciągłości dochodzi do zaburzenia wartości prędkości, przyspieszeń, częstości drgań itd.

3. Fala słabej nieciągłości

Falą nieciągłości określa się ogół zjawisk związanych z ruchem powierzchni Λ_R , jeżeli tylko powierzchnia taka występuje. Fale słabej nieciągłości można podzielić na:

- a) fale przyspieszenia,
- b) fale wyższych rzędów,
- c) fale akustyczne,
- d) fale powierzchniowe.

O nazwie fali decyduje najniższa nieciągła pochodna przemieszczenia. W przypadku występowania ciągłych pochodnych aż do rzędu $n - 1$, przy czym pochodna rzędu n jest nieciągła, to falę taką określa się jako falę rzędu n . Na podstawie równań zgodności [8] określa się, że wszystkie pozostałe pochodne rzędu n są różne od zera.

Do fal słabej nieciągłości należy fala przyspieszenia, której pochodne $u_{i,k}$ oraz u_i są ciągłe na Λ_R , natomiast pochodne drugiego rzędu $u_{i,km}, \dot{u}_{i,k}, \ddot{u}_i$ traktowane są jako nieciągłe. Amplitudą fali przyspieszenia nazywa się wektor $A_{i(2)}$ (patrz równanie (5)), który określa wielkość skoku drugich pochodnych przemieszczenia u_i , natomiast intensywnością fali przyspieszenia nazywa się moduł wspomnianego wektora:

$$\|[\ddot{u}_i]\| = A_{i(2)} U_{(2)}^2 \quad (5)$$

gdzie $U_{(2)}$ oznacza prędkość propagacji fali przyspieszenia.

Wart uwagi jest fakt, że na prędkość propagacji fali przyspieszenia $U_{(2)}$ nie ma wpływu intensywność fali. Przy falach wyższych rzędów (np. fala trzeciego rzędu) pierwsza i druga pochodna jest ciągła, natomiast trzecia pochodna doznaje skoku. Określając poprzez n_i kierunek propagacji fali, każdy z tych kierunków posiada dokładnie trzy prędkości i trzy ortogonalne amplitudy. Należy zauważyć, że dla każdej fali rzędu n otrzymuje się następujące zależności:

$$U_{(2)} = U_{(3)} = \dots = U_{(n)} \quad (6)$$

$$A_{i(2)} \parallel A_{i(3)} \parallel \dots \parallel A_{i(n)} \quad (7)$$

Zgodnie z równaniami (6) i (7) trzy prędkości propagacji są takie same, natomiast trzy ortogonalne amplitudy dla każdej fali słabej nieciągłości są do siebie równoległe. Określenie rodzaju fali, tj. czy występuje fala podłużna, czy poprzeczna, odbywa się na podstawie porównania kierunku wektora $A_{i(n)}$ do kierunku propagacji fali n_i . W przypadku gdy kierunek wektora $A_{i(n)}$ pokrywa się z kierunkiem propagacji, występuje fala podłużna, natomiast gdy wektor jest prostopadły do kierunku propagacji, występuje fala poprzeczna [6].

Zjawisko fali akustycznej występuje w przypadku, gdy fale słabej nieciągłości, mające tę samą prędkość, zaczynają się na siebie nakładać, przy czym intensywności tych fal mogą być dowolne.

Fale Rayleigha oraz Love'a są szczególnym przypadkiem fal powierzchniowych. W przypadku tych fal nie występuje jednoznaczna granica pomiędzy obszarem zaburzonym i niezaburzonym, tzn. nie rozróżnia się obszaru niezaburzonego. Przy falach powierzchniowych Rayleigha oraz Love'a należy pamiętać, że jeden punkt zespolonego frontu fali jest punktem rzeczywistym, dlatego też prędkość tego punktu określa się jako prędkość fali powierzchniowej, jednakże należy zwrócić uwagę, że nie jest to prędkość propagacji fali [6].

4. Fale silnej nieciągłości

Fale silnej nieciągłości, inaczej zwane falami uderzeniowymi, są to fale, których prędkość u_i oraz tensor odkształcenia $\varepsilon_{i,j}$ są nieciągłe na froncie fali. Odnosząc się do fal słabej nieciągłości, fale silnej nieciągłości mają nieciągłe pochodne nie tylko najwyższych rzędów, ale również pochodne rzędów niższych. W materiałach liniowych fala silnej nieciągłości propaguje z prędkością fali akustycznej, natomiast szczególne właściwości fala ta wykazuje w materiałach nieliniowych. Warte uwagi jest fakt, że tensor odkształcenia i naprężenia jest nieciągły na froncie fali, zatem obliczenia dotyczące zachowania się fali uderzeniowej nie mogą być prowadzone z wykorzystaniem różniczkowych równań zachowania pędu i energii.

Odnosząc się ponownie do fali słabej nieciągłości, w której prędkość propagacji fali była niezależna od intensywności fali, w falach uderzeniowych prędkość propagacji jest wyrażona w funkcji intensywności:

$$U_v = U_v(m) \quad (8)$$

gdzie m jest parametrem intensywności fali.

Zgodnie z wyprowadzeniami wzorów na zachowanie fali silnej nieciągłości w pracy [6] można stwierdzić, że fala uderzeniowa jest falą naddźwiękową w obszarze zaburzonym i poddźwiękową w obszarze niezaburzonym. Na tej podstawie fala uderzeniowa dogania fale akustyczne biegnące przed nią przy jednoczesnym doganianiu frontu tej fali przez fale biegnące za nią. Rozpatrując trzy czasy t_1, t_2, t_3 , przy czym $t_1 < t_2 < t_3$, to w chwili t_3 fale akustyczne zanikają na rzecz istnienia jedynie fali uderzeniowej. Warunek stabilności fali uderzeniowej można zatem zapisać jako:

$$U^F \leq U_v \leq U^B \quad (9)$$

gdzie: U^F - prędkość fali w obszarze niezaburzonym, U_v - prędkość fali uderzeniowej, U^B - prędkość fali w obszarze zaburzonym.

Podsumowanie

Zjawiska falowe oprócz naturalnego występowania w przyrodzie, jak np. rozchodzenie się światła lub dźwięku, znajdują również zastosowanie w technice. Odpowiednie wykorzystanie fali zależy w głównej mierze od intensywności, jaką dana fala posiada. Fale o małej intensywności służą np. w medycynie do wykonywania badań ultrasonograficznych, rozbijania kamieni nerkowych, badań z wykorzystaniem promieni Roentgena. W budownictwie fale o małej intensywności stosowane są szczególnie tam, gdzie wymagana jest metoda nieniszcząca, pozwalająca na przeprowadzenie badania bez konieczności osłabiania elementu konstrukcyjnego. Przykładem badania nieniszczącego z wykorzystaniem fali może być badanie mikropęknięć kształtownika stalowego, który jest w całości obetonowany, lub do wykrywania w płytach i ścianach żelbetowych kabli, prętów zbrojeniowych, itd. Fale o dużej intensywności przenoszą większe ilości energii, przez co stosowane są w budownictwie głównie przy rozbiórce danego obiektu, np. poprzez destrukcję struktur nośnych budynku. Fala o dużej intensywności występuje również w przypadku wiercenia z udarem, pozwalając tym samym na szybsze wywiercenie otworu w twardych materiałach w porównaniu do zwykłego procesu wiercenia. W przyrodzie natomiast fale o dużej intensywności można spotkać pod postacią np. lawiny śnieżnej lub trzęsienia ziemi.

Literatura

- [1] Major I., Major M., Modeling of wave propagation in the ADINA software for simple elastic structures, *Advanced Materials Research* 2014, 1020, 171-176.
- [2] Major M., Major I., Comparative analysis of the distribution of effective stress in Mooney and Zahorski materials using ADINA software, *Advanced Materials Research* 2014, 1020, 165-170.
- [3] Major I., Major M., Traveling waves in a thin layer composed of nonlinear hyperelastic Zahorski material, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 2009, 47, 1, 109-126.
- [4] Major M., Major I., Acceleration wave in a thin segmental hyperelastic rod, *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 2010, 10, 1, 59-67.
- [5] Crawford F.C., *Fale*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1975.
- [6] Wesołowski Z., *Akustyka ciała sprężystego*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa-Poznań 1989.
- [7] Major M., Major I., Potencjał Murnaghana dla ciała hipersprężystego - wybrane informacje i przykład obliczeniowy propagacji fali przyspieszenia w pręcie, *Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej* 2012, nr 168, *Budownictwo* 18, 174-182.
- [8] Wesołowski Z., Strong discontinuity wave in initially strained elastic medium, *Archiwum Mechaniki Stosowanej* 1978, 30, 3, 309-322.

Streszczenie

W artykule zaprezentowano i omówiono wybrane rodzaje występujących w przyrodzie fal, tj. fal słabej nieciągłości oraz fal silnej nieciągłości (tzw. fale uderzeniowe). Ponadto w pracy przedstawiono możliwe zastosowanie opisanych fal, jak również dokonano przeglądu literaturowego

ze wskazaniem prac, w których wykorzystuje się metodę elementów skończonych do walidacji opisów matematycznych i wyników badań prezentowanych fal.

Słowa kluczowe: fale sprężyste, fale mechaniczne, zjawiska falowe

Elastic waves - selected issues

Abstract

In this paper there are presented and discussed two different naturally occurring wave types i.e. low discontinuity waves and strong discontinuity waves called impact waves. Moreover, in this paper there are presented possible applications of described waves and a small literature overview has been performed indicating the works, where finite element method is used to validate the mathematical problem descriptions and the experimental results of presented wave types.

Keywords: elastic waves, mechanical waves, waves phenomena