

Maciej Major¹, Izabela Minda¹

DRGANIA I ODDZIAŁYWANIA DYNAMICZNE NA BUDYNKI I BUDOWLE

Wprowadzenie

Konstrukcje budowlane stale narażane są na różnego rodzaju oddziaływania dynamiczne, których źródłem mogą być zarówno naturalne zjawiska zachodzące na powierzchni ziemi (np. obciążenie wiatrem) oraz pod jej powierzchnią spowodowane ruchami skorupy ziemskiej, jak i drgania wywołane działalnością człowieka, wynikającą między innymi z:

- pracy maszyn i urządzeń mechanicznych znajdujących się w budynku i poza nim,
- przejazdu pojazdów kołowych lub szynowych (drgania komunikacyjne),
- eksplozji materiałów wybuchowych,
- prac budowlanych (m.in. wbijanie w grunt ścianek szczelnych i pali fundamentowych),
- tąpnięć w kopalniach itd. [1].

Istotnym aspektem projektowania konstrukcji budowlanych jest prawidłowa ocena wpływu drgań na budynek oraz dobór odpowiedniej technologii zabezpieczeń w celu minimalizacji niepożądanych efektów powodowanych oddziaływaniami dynamicznymi.

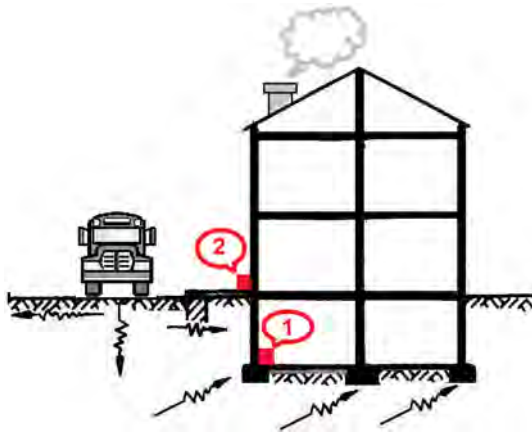
1. Ocena wpływu drgań

Oddziaływania dynamiczne stanowią dodatkowe obciążenie budowli, jakie należy uwzględnić w obliczeniach wytrzymałościowych. Ocena wpływu drgań opiera się na rozpatrzeniu ich szkodliwości na konstrukcje oraz na osoby znajdujące się wewnątrz budynku. Istnieją dwie metody rozpatrywania oddziaływania drgań na obiekty budowlane: kompletna oraz przybliżona.

¹ Politechnika Częstochowska, Wydział Budownictwa, ul. Akademicka 3, 42-200 Częstochowa, e-mail: mmajor@bud.pcz.czyst.pl

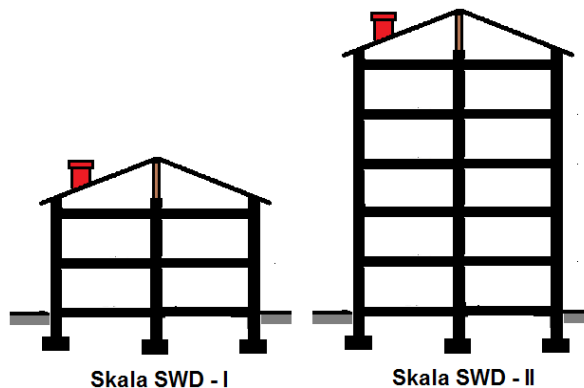
Pełna ocena bazuje na komputerowym modelu analizowanej konstrukcji pod danym wymuszeniu przyłożonym do fundamentów w postaci pomierzonych lub prognozowanych drgań, co służy określeniu dokładnych wartości sił bezwładności, a następnie sprawdzeniu jej pod względem wytrzymałościowym.

Przybliżona ocena natomiast polega na określeniu maksymalnych wartości składowych poziomych drgań w postaci przyspieszeń lub przemieszczeń pomierzonych w poziomie fundamentu lub terenu (rys. 1) [1].



Rys. 1. Miejsca wykonania pomiarów drgań [1]

Przybliżoną analizę wykonuje się za pomocą skali wpływów dynamicznych: SDW-I (budynki I- i II-kondygnacyjne) oraz SDW-II (budynki nie wyższe niż pięć kondygnacji). Skale odnoszą się do budynków wykonanych z elementów murowych oraz wielkoblokowych.








Rys. 2. Klasyfikacja konstrukcji do skali SWD [1]

Na podstawie maksymalnych wartości amplitud przemieszczeń lub przyspieszeń oraz odpowiadających im częstotliwości drgań poziomych budynku szkodliwość drgań klasyfikowana jest do jednej z pięciu stref przedstawionych w tabeli 1.

TABELA 1

Klasyfikacja szkodliwości drgań [2]

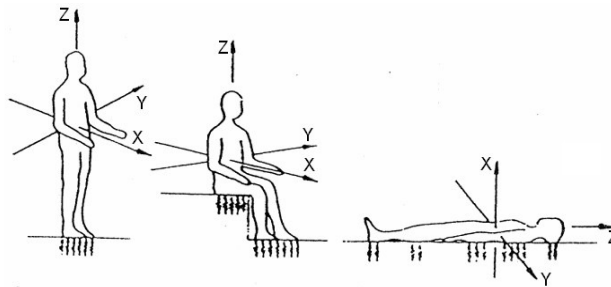
Uszkodzenia	Stopień i opis uszkodzeń
	<p style="text-align: center;"><u>strefa I</u> drgania nieodczuwalne przez budynek</p>
	<p style="text-align: center;"><u>strefa II</u> drgania odczuwalne przez budynek, ale nieszkodliwe dla jego konstrukcji; następuje tylko przyspieszone zużycie budynku i pierwsze rysy w wyprawach i tynkach</p>
	<p style="text-align: center;"><u>strefa III</u> drgania szkodliwe dla budynku, powodują lokalne zarysowania i spękania, przez co osłabiają konstrukcję budynku i zmniejszają jego nośność oraz odporność na dalsze wpływy dynamiczne; może nastąpić odpadanie wypraw i tynków</p>
	<p style="text-align: center;"><u>strefa IV</u> drgania o dużej szkodliwości dla budynku, stanowiące zagrożenie bezpieczeństwa ludzi; powstają liczne spękania, lokalne zniszczenia murów i innych pojedynczych elementów budynku; istnieje możliwość spadania przedmiotów zawieszonych, odpadania płyt wypraw sufitów, wysuwania się belek stropowych z łożysk itp.</p>
	<p style="text-align: center;"><u>strefa V</u> drgania powodujące awarię budynku przez walenie się murów, spadanie stropów itp.</p>

Ocena wpływu drgań na człowieka

Diagnostyka wpływu drgań na człowieka niejednokrotnie ma decydujący wpływ na poprawność obliczeń wytrzymałościowych konstrukcji, ponieważ granica odczuwania drgań przez ludzi jest niższa niż w przypadku konstrukcji.

Analizę wpływów dynamicznych na osoby przebywające w budynku przeprowadza się osobno dla poszczególnych kierunków osi zgodnych z kartezjańskim układem współrzędnych. W pozycji siedzącej lub stojącej (rys. 3), gdy człowiek odczuwa drgania poprzez powierzchnię stóp lub siedzenia, oś pionowa Z jest równoległa do linii kręgosłupa, natomiast X i Y stanowią kierunki poziome. W przypadku

gdy człowiek znajduje się w pozycji leżącej, drgania odbierane są całą powierzchnią ciała, zatem zgodnie z rysunkiem 3 oś Z stanowi kierunek poziomy.



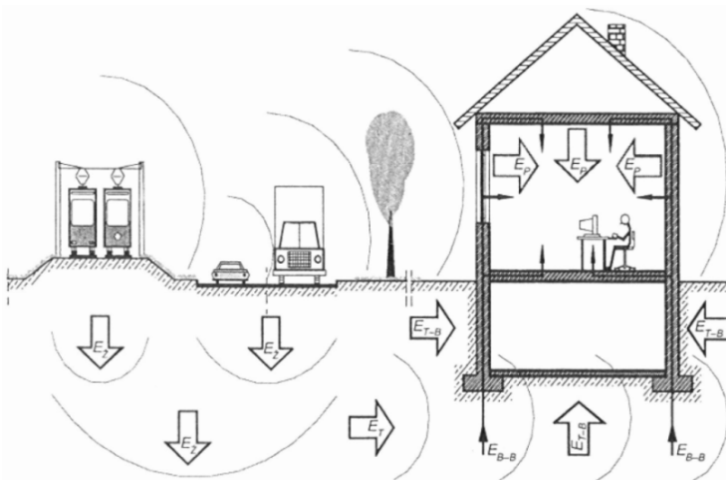
Rys. 3. Kierunki przekazywania drgań na człowieka [3]

Podstawową metodą analizy wpływu drgań podaną w normie PN-88/B-02171 (zgodną ze standardami ISO) jest ocena widmowa, która bazuje na analizie częstotliwościowej drgań zarejestrowanych w miejscu odbioru ich przez człowieka oraz porównaniu rezultatów z wartościami dopuszczalnymi określającymi komfort przebywania ludzi [3].

2. Technologia zabezpieczeń

Drgania wywołane ruchem komunikacyjnym

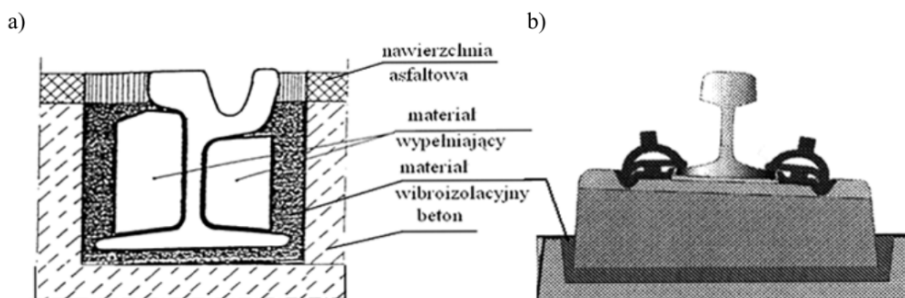
Przejazd pojazdów o masie od kilkunastu do kilkudziesięciu ton przyczynia się do powstania drgań rozchodzących się we wszystkich kierunkach, fale powstałe w podłożu dostają się do fundamentu, przekazując je na całą konstrukcję (rys. 4). W przypadku przekroczenia wartości dopuszczalnych drgań należy zastosować środki techniczne prowadzące do zmniejszenia ich skutków.



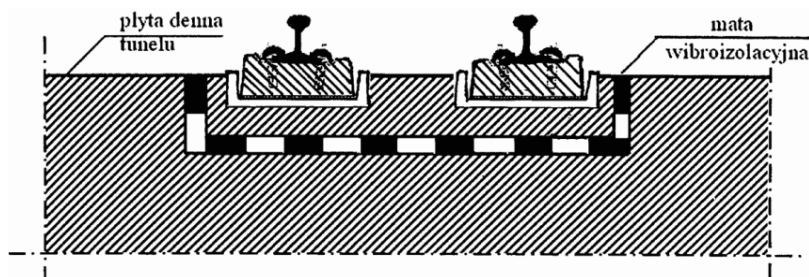
Rys. 4. Schemat rozprzestrzeniania się drgań wywołanych ruchem komunikacyjnym [4]

Najefektywniejszy sposób ochrony przed oddziaływaniami dynamicznymi stanowi tzw. ochrona czynna związana z redukcją emisji drgań w samym źródle, której przykładem są m.in. [4]:

- poprawa stanu technicznego drogi oraz szyn tramwajowych,
- zmniejszenie udziału pojazdów ciężkich oraz redukcja ich prędkości,
- zastosowanie podkładek wibroizolacyjnych dla podtorzy tramwajowych (rys. 5),
- zastosowanie torowiska z wypełnieniem z trawy,
- wprowadzenie wibroizolacji w konstrukcji nawierzchni (najczęściej maty wibroizolacyjne) (rys. 6).



Rys. 5. Schemat szyny w otulinie (a) oraz podpory blokowej w otulinie (b) [3]



Rys. 6. Schemat dwustopniowej wibroizolacji nawierzchni szynowej [3]

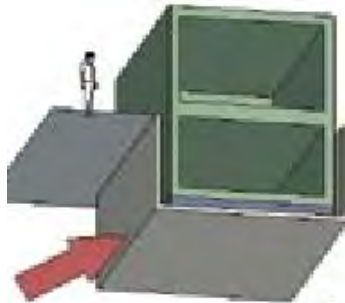
Jeżeli nie ma możliwości redukcji drgań źródeł, należy zastosować tzw. ochronę bierną, która obejmuje bezpośrednie działania w konstrukcji lub ograniczenie rozchodzenia się drgań, sprowadzające się głównie do wykorzystania ekranów antywibracyjnych montowanych w gruncie pomiędzy źródłem a budynkiem odbierającym drgania powierzchniowe lub przypowierzchniowe [4].

Technologia zabezpieczeń biernych projektowanego budynku narażonego na wpływ oddziaływań dynamicznych opiera się na zmianie warunków posadowienia lub odsunięciu obiektu od źródła drgań. W przypadku braku możliwości zastosowania wyżej wymienionych rozwiązań wykorzystuje się wibroizolację konstrukcji lub jej elementów albo zmianę charakterystyki dynamicznej budynku.

Zastosowanie wibroizolacji biernej budynku lub jego elementów

Materiały stosowane do oddzielenia fundamentu lub fragmentu budynku od ośrodka doprowadzającego drgania to m.in. maty wibroizolacyjne, wibroizolatory elastomerowe czy też poduszki powietrzne. Poniżej przedstawiono kilka możliwości izolacji obiektu od wpływu oddziaływań dynamicznych.

Wariant 1 bazuje na posadowieniu na elastycznych elementach, które opierają się na podwalinie betonowej (rys. 7). Jest to rozwiązanie proste zarówno na etapie projektowania, jak i w trakcie wykonywania rozwiązania [5].



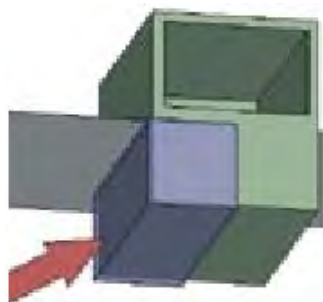
Rys. 7. Elastyczne posadowienie budynku jako całości [5]

Kolejne rozwiązanie stanowi posadowienie na całej powierzchni na elastycznych elementach (rys. 8). Obecność warstwy elastycznej nie wpływa na projektowaną konstrukcję, zatem to rozwiązanie można zastosować w przypadku, gdy krótko przed rozpoczęciem budowy zostanie zidentyfikowana konieczność ochrony przed drganiami. Propozycja zapewnia łatwy montaż oraz osiągnięcie niskich częstotliwości własnych.



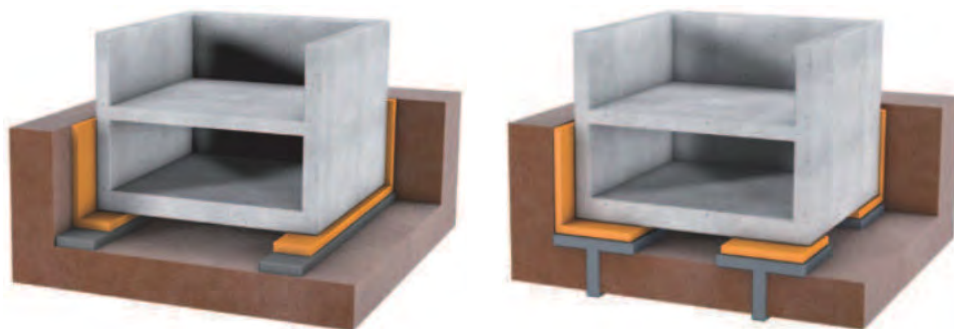
Rys. 8. Elastyczne posadowienie budynku na całej powierzchni [6]

Kolejnym przykładem jest częściowe elastyczne posadowienie obiektu budowlanego pod płytą fundamentową (rys. 9). Część konstrukcji, która nie została elastycznie posadowiona, jest oddzielona za pomocą szczeliny i połączona z podłożem. Tego typu rozwiązanie zazwyczaj stosowane jest w przypadku budynków o dużej powierzchni rzutu poziomego bez zaplanowanej dylatacji.



Rys. 9. Częściowe posadowienie [5]

Pasowe łożyskowanie budynku zapewnia mniejsze zużycie materiału wibroizolacyjnego przy zapewnieniu niskich częstości własnych budynku. Rozwiązania przedstawione na rysunku 10 wykorzystywane są do izolacji drgań pomiędzy kolejnymi kondygnacjami budynku poprzez punktowe lub pasmowe podparcie stropów.



Rys. 10. Pasowe oraz punktowe łożyskowanie budynku [6]

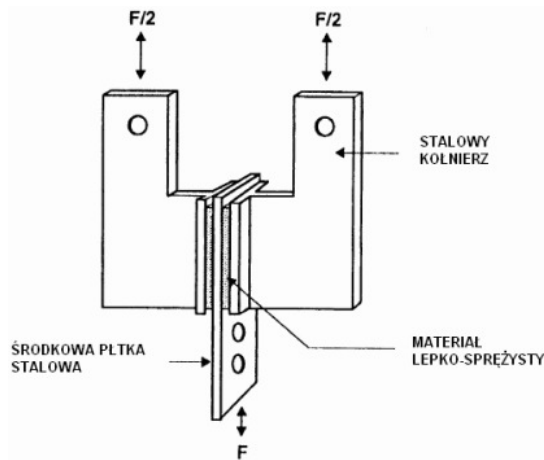
Zmiana charakterystyki dynamicznej budynku

Nadmierne drgania wywołane ruchem komunikacyjnym zmniejszają komfort użytkowania budynku oraz mogą wywołać uszkodzenia konstrukcji wynikające ze zmęczenia materiału. W celu ochrony przed ich skutkami na etapie projektowania budynku należy sprawdzić możliwość obniżenia poziomu drgań poprzez zmiany w jej konstrukcji, np. przez zmianę sztywności w kierunku poziomym oraz sztywności płyt stropowych [7].

Jeżeli nie są to działania wystarczające, dodatkowo stosuje się pasywne tłumiki drgań, które nie wymagają zasilania z zewnętrznego źródła energii. Przyczyniają się one do modyfikacji częstości drgań własnych budynku, zatem do zmniejszenia efektów działania obciążeń dynamicznych.

Najczęściej spotykanym przykładem pasywnego tłumika drgań jest tłumik lepkosprężysty (rys. 11), składający się z materiału o właściwościach lepkosprężystych umieszczonego pomiędzy stalowymi płytkami przemieszczającymi się

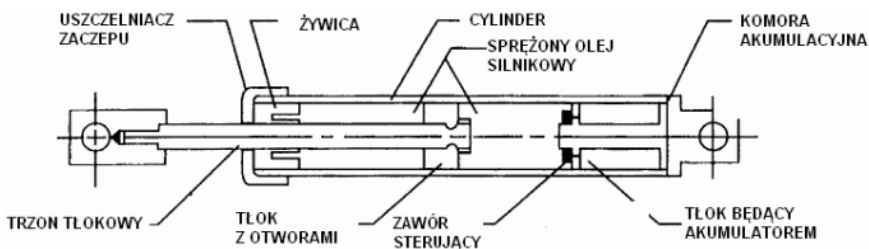
względem siebie na skutek drgań konstrukcji. Rozpraszanie drgań następuje na skutek ścinania materiału umieszczonego pomiędzy stalowymi płytkami [8].



Rys. 11. Przykładowa konstrukcja lepkosprężystego tłumika drgań [8]

Tłumiki lepkosprężyste najczęściej umieszcza się pomiędzy dwoma sąsiednimi stropami.

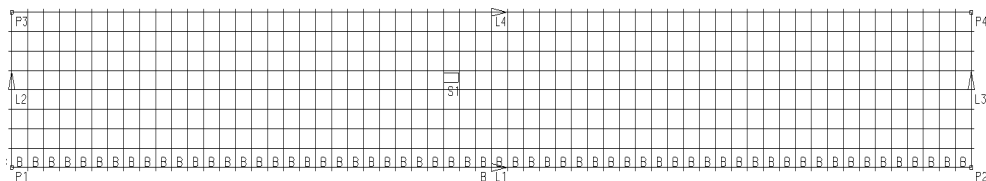
Kolejnym przykładem pasywnego eliminatora drgań są lepkie tłumiki drgań (rys. 12) wykorzystujące możliwość rozpraszania oddziaływań dynamicznych w wyniku ruchu tłoka i wywołanego tym ruchem przepływu cieczy (oleju silnikowego) z jednej komory do drugiej.



Rys. 12. Przykład lepkiego tłumika drgań [8]

3. Analiza numeryczna

Analizę numeryczną przeprowadzono przy użyciu programu ADINA (por. [9, 10]). Do obliczeń numerycznych przyjęto belkę o prostokątnym przekroju poprzecznym 40x20 cm oraz długości 300 cm, analizowaną w dwóch wariantach warunków brzegowych oraz obciążeniowych. W celu dokładniejszych wyników schemat został podzielony (poprzez zbudowanie siatki) na czterowzłowe elementy skończone w kształcie kwadratu o boku 0,05 m (rys. 13).

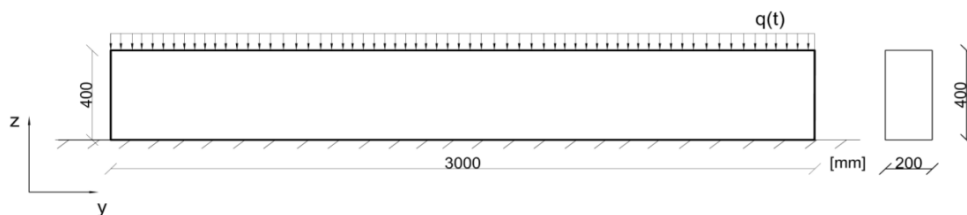


Rys. 13. Podział modelu na elementy skończone

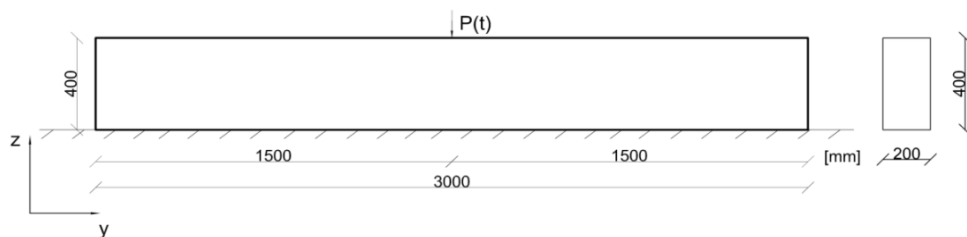
Dla założonego modelu przyjęto następujące dane materiałowe: beton C20/25, gęstość betonu: 2100 kg/m^3 , współczynnik Poissona: 0,2, odkształcenie graniczne betonu przy ściskaniu: 0,0035.

3.1. Model obliczeniowy - schematy Ia i IIa

Belce zamodelowanej w płaszczyźnie 2D, zatem przy odebraniu trzech stopni swobody - ruchu na kierunku osi X oraz obrotu względem osi Y i Z, dodatkowo odebrany został ruch na kierunku osi pionowej Z.



Rys. 14. Schemat Ia - belka, na którą działa obciążenie równomiernie rozłożone



Rys. 15. Schemat IIa - belka obciążona siłą skupioną

3.1.1. Założenia obliczeniowe

Źródłem drgań w przypadku schematu Ia (rys. 14) jest impulsowo działające obciążenie równomiernie rozłożone $q(t)$ o wartości 1000 N/m dla $t = 1,052 \times 10^{-4} \text{ s}$, natomiast w drugim schemacie (rys. 15) jest to siła skupiona przykładana w połowie rozpiętości belki $P(t) = 1000 \text{ N}$, $t = 1,052 \times 10^{-4} \text{ s}$. Zarówno w pierwszym, jak i w drugim przypadku obciążenia zadano 50 kroków czasowych o długości trwania $2,1 \times 10^{-6} \text{ s}$.

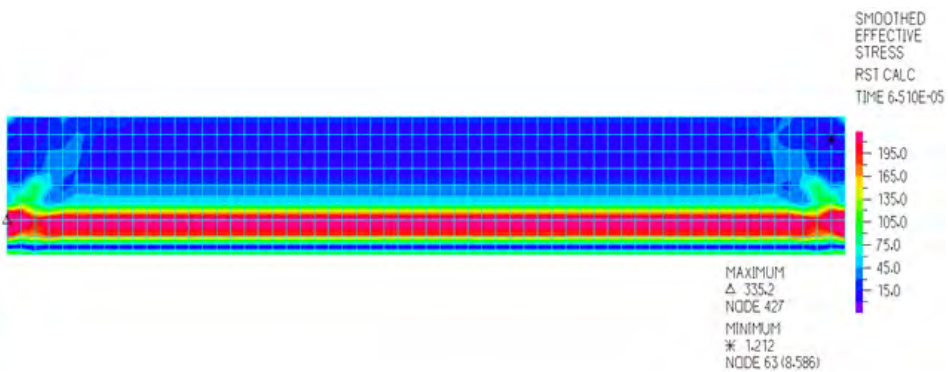
3.1.2. Obliczenia

Wyniki obliczeń wartości naprężeń dla poszczególnych punktów czasowych przeprowadzonych w programie ADINA przedstawiono w tabeli 2 oraz na rysunkach 16 i 17.

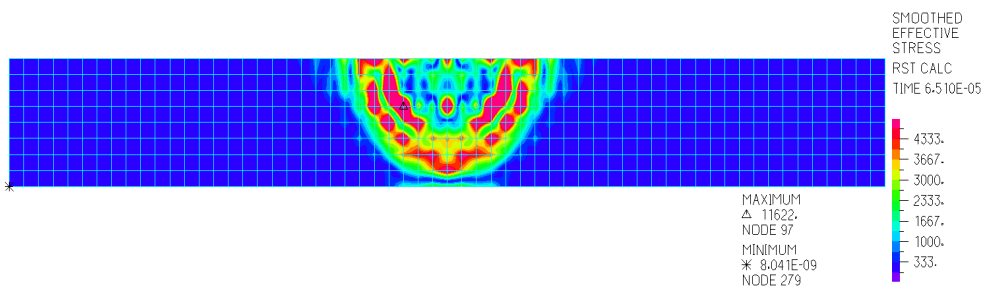
TABELA 2

Wartości naprężeń

Lp.	Czas [s]	Wartość naprężeń [Pa]			
		max	min.	max	min.
		Schemat I		Schemat II	
1	$2,310 \times 10^{-5}$	346,5	0,027	64 952	$7,828 \times 10^{-13}$
2	$4,41 \times 10^{-5}$	372,5	0,068	27 792	$6,494 \times 10^{-11}$
3	$6,51 \times 10^{-5}$	335,2	1,212	11 622	$8,041 \times 10^{-9}$
4	$8,61 \times 10^{-5}$	407,1	0,218	9902	$2,095 \times 10^{-8}$

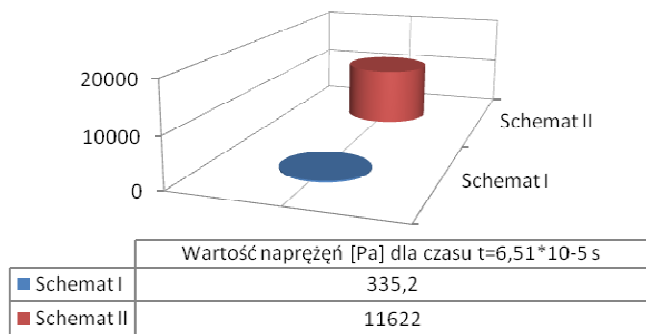


Rys. 16. Rozkład naprężeń uzyskanych na skutek impulsowego oddziaływania obciążenia równomiernie rozłożonego dla czasu $t = 6,51 \times 10^{-5}$ s



Rys. 17. Rozkład naprężeń uzyskanych na skutek impulsowego oddziaływania siły przyłożonej w środku rozpiętości dla czasu $t = 6,51 \times 10^{-5}$ s

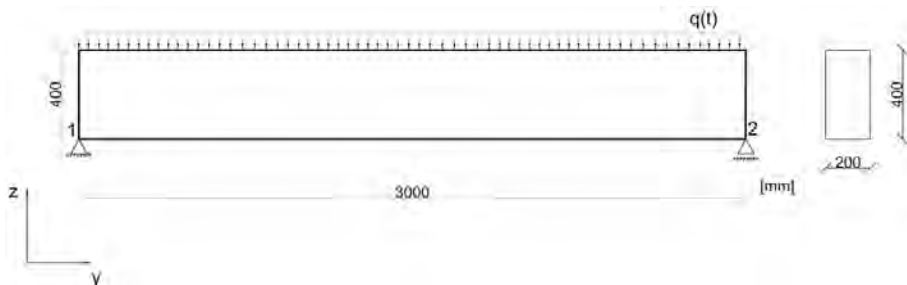
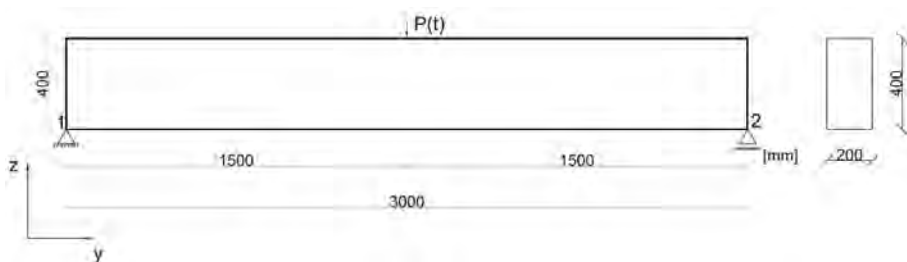
Analizie poddany został rozkład naprężeń dla punktów czasowych 1-3 (patrz tabela 2) poprzedzających wystąpienie efektu odbicia od dolnej krawędzi belki.

Rys. 18. Porównanie wartości naprężeń dla czasu $t = 6,51 \times 10^{-5}$ s

Obciążenie dynamiczne spowodowane siłą skupioną generuje zdecydowanie wyższe wartości naprężeń (dla czasu $t = 6,51 \times 10^{-5}$ s jest to wartość niemal 35-krotnie wyższa, por. rys. 18) rozchodzących się jedynie w niewielkim obszarze belki. Jest to zdecydowanie bardziej niebezpieczna sytuacja, gdyż może szybciej doprowadzić do zniszczenia konstrukcji niż równomiernie rozchodzące się naprężenia o dużo niższej wartości.

3.2. Model obliczeniowy - schematy Ib i IIb

Kolejnym wariantem warunków brzegowych analizowanej belki swobodnie podpartej jest odebranie oprócz trzech stopni swobody - wynikających z zamodelowania w płaszczyźnie 2D dodatkowo w punkcie 1 ruchu na kierunku osi Y i Z oraz w punkcie 2 na kierunku osi Z.

Rys. 19. Schemat Ib - belka, na którą działa obciążenie równomiernie rozłożone $q(t)$ Rys. 20. Schemat IIb - belka obciążona siłą skupioną $P(t)$

3.2.1. Obliczenia

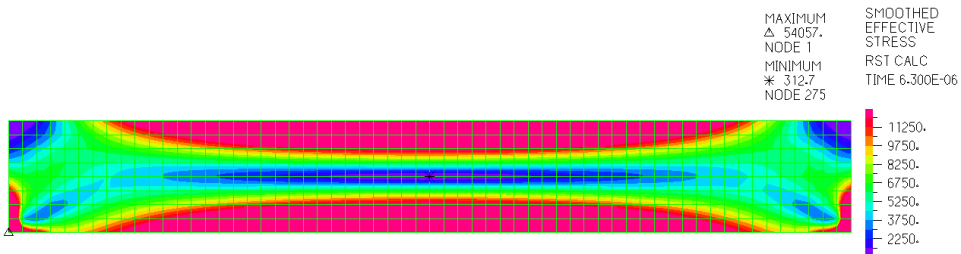
Założenia obliczeniowe zostały przyjęte tak jak w przypadku schematu Ia oraz IIa (por. pkt 3.1.1 oraz rys. 19 i 20).

W tabeli 3 przedstawiono wartości naprężeń dla poszczególnych punktów czasowych będące wynikiem obliczeń w oprogramowaniu ADINA.

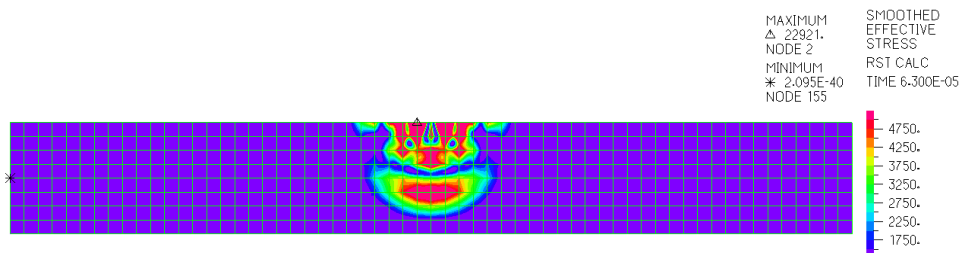
TABELA 3

Wartości naprężeń

Lp.	Czas [s]	Wartość naprężeń [Pa]			
		max	min.	max	min.
		Schemat I		Schemat II	
1	$2,10 \times 10^{-6}$	18 024	105	36 491	0
2	$4,2 \times 10^{-6}$	36 042	209	20 750	0
3	$6,3 \times 10^{-6}$	54 057	312	22 921	$2,095 \times 10^{-40}$
4	$8,4 \times 10^{-6}$	72 090	415,8	20 208	$6,142 \times 10^{-29}$
5	0,0001050	42 889	245,9	21 814	$3,445 \times 10^{-22}$



Rys. 21. Rozkład naprężeń uzyskanych na skutek impulsowego oddziaływania obciążenia równomiernie rozłożonego dla czasu $t = 6,3 \times 10^{-6}$ s



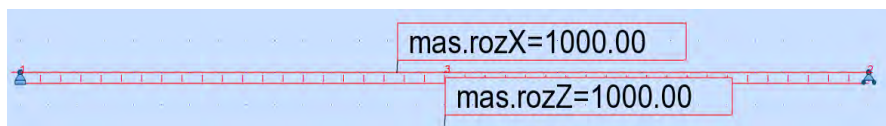
Rys. 22. Rozkład naprężeń uzyskanych na skutek impulsowego oddziaływania siły przyłożonej w środku rozpiętości dla czasu $t = 6,3 \times 10^{-6}$ s

W odróżnieniu od poprzednio badanych schematów belek brak liniowego podparcia skutkuje zdecydowanie wyższymi oraz niewyrównanymi wartościami naprężeń (rys. 21, 22), szczególnie w przypadku dynamicznie działającego obciążenia ciągłego, zatem w elementach konstrukcji o podobnych warunkach brzeogo-

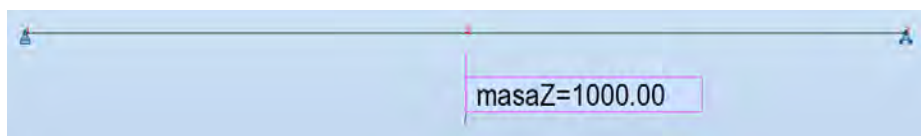
wych narażonych m.in. na silne oddziaływanie wiatru należy pamiętać o odpowiednich wzmocnieniach i zabezpieczeniach w celu uniknięcia zniszczenia obiektu.

3.2.2. Analiza modalna

Analizę belki swobodnie podpartej w dwóch wariantach obciążeń dynamicznych przeprowadzono za pomocą programu Robot Structural Analysis Professional 2017. Schemat Ib (rys. 23) jest układem o nieskończonej liczbie dynamicznych stopni swobody, ciągłym rozkładzie masy o wartości 1000 N/m, natomiast schemat IIb (rys. 24) posiada jeden dynamiczny stopień swobody.

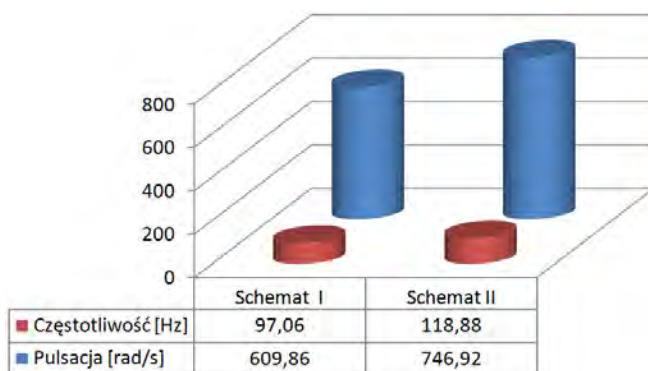


Rys. 23. Schemat Ib



Rys. 24. Schemat IIb

Na podstawie analizy modalnej przeprowadzonej w wyżej wymienionym programie obliczeniowym określono wartości częstości oraz częstotliwości drgań własnych, które zostały przedstawione na rysunku 25.



Rys. 25. Porównanie wartości pulsacji

Z powyżej przedstawionego diagramu wyraźnie wynika, iż rodzaj obciążeń dynamicznych działających na dany element konstrukcji ma znaczący wpływ

na wartość częstotliwości oraz częstości drgań własnych. Działające punktowo obciążenie dynamiczne przedstawione na schemacie IIb osiąga wyższe wartości omawianych wielkości, zatem są one bardziej odczuwane przez osoby przebywające w pomieszczeniu narażonym na tego typu oddziaływania oraz mogą one obniżyć funkcjonalność danego obiektu po przekroczeniu dopuszczalnych wartości.

Podsumowanie

W dzisiejszych czasach konstrukcje budowlane stale narażane są na różnego rodzaju oddziaływanie dynamiczne, wynikające zarówno z ciągłego rozwoju technologicznego, potrzeby wznoszenia coraz wyższych budowli, ale również z naturalnych zjawisk zachodzących na powierzchni ziemi. Z tej przyczyny coraz częściej niezbędnym etapem procesu projektowania obiektu budowlanego lub jego modernizacji staje się uwzględnienie efektów oddziaływań dynamicznych, na jakie będzie narażona konstrukcja. Poprzez komputerową analizę numeryczną można zauważyć zachowanie się konstrukcji pod wpływem przyłożenia prognozowanych lub pomierzonych drgań lub obciążeń dynamicznych i odpowiednio wcześniej zastosować niezbędne zabezpieczenia lub w razie konieczności ustalić inną lokalizację obiektu.

Literatura

- [1] Stypuła K., Wpływ drgań na budynki i ludzi w budynkach - rola badań in situ, Małopolska Okręgowa Izba Inżynierów Budownictwa w Krakowie, <http://www.map.piib.org.pl/> [odczyt 3.10.2016 r.].
- [2] Mrozek D., Nieliniowa analiza numeryczna dynamicznej odpowiedzi uszkodzonych budynków - Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 2010.
- [3] Stypuła K., Wybrane problemy ochrony zabudowy powierzchniowej przed drganiami generowanymi przez komunikację podziemną, *Górnictwo i Geoinżynieria* 2009, 3/1, 351-362.
- [4] Niemas M., Ciężki ruch kołowy i jego wpływ na klimat wibroakustyczny w budynkach mieszkalnych, *Prace Instytutu Techniki Budowlanej - Kwartalnik* 2004, 2(130), 43-54.
- [5] Muller-Borutttau F., Ochrona przed drganiami. Elastyczne posadowienie budynków, *Przegląd Budowlany* 2009, 7-8, 22-27.
- [6] Getzner Engineering a quiet future, Wzrost wartości poprzez elastyczne odizolowanie budynku, <https://www.getzner.com/pl/tematy-branowe/wzrost-wartosci-poprzez-elastyczne-odsprynowanie-budynku> [odczyt 3.10.2016 r.].
- [7] Stypuła K., Drgania generowane w podłożu przez transport szynowy i ich wpływ na budynki i ludzi w budynkach, *Wykłady XXIV Ogólnopolskiej Konferencji Warsztat Pracy Projektanta Konstrukcji Naprawy i wzmocnienia konstrukcji budowlanych, Wisła* 2009, t. II, 395-420.
- [8] Zbiciak A., Zastosowania materiałów i konstrukcji inteligentnych w inżynierii lądowej, *Wykład Inauguracyjny 2014/2015, Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej, Instytut Dróg i Mostów*.

- [9] Major I., Numerical analysis of wave phenomena in hyperelastic Mooney - Rivlin and Zahorski materials, *Civil and Environmental Engineering, Scientific - Technical Journal* 2014, 10, 1, 42-48.
- [10] Major I., Major M., Modeling of wave propagation in the ADINA software for simple elastic structures, *Advanced Materials Research* 2014, 1020, 171-176.

Streszczenie

W artykule przedstawiono ocenę wpływu oddziaływań dynamicznych na konstrukcje budowlane oraz na ludzi znajdujących się wewnątrz budynku. Zaprezentowano również technologię zabezpieczeń prowadzącą do zmniejszenia skutków drgań. Ostatnim etapem pracy była analiza numeryczna przeprowadzona w programie ADINA oraz analiza modalna wykonana w programie Robot Structural Analysis betonowej belki zamodelowanej w płaszczyźnie 2D o przekroju poprzecznym 40×20 cm oraz długości 300 cm.

Słowa kluczowe: drgania, MES, dynamika

Vibrations and dynamic impacts on buildings and structures

Abstract

In the paper there is shown an assessment of the impact of dynamic actions on building constructions as well as on people inside the buildings. Moreover, there are presented a few types of security technology leading to reduce the effects of vibration. The last stage of the paper is connected to numerical analysis carried out in ADINA program and modal analysis carried out in Robot Structural Analysis program. In both programs beam was modeled as concrete beam in two-dimensional space (2D). Dimensions of the beam were as following: $40 \times 20 \times 300$ cm.

Keywords: vibrations, FEM, dynamics